——— МЕХАНИКА —

УДК 629.78

## СИНТЕЗ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С БОЛЬШИМ НАКЛОНЕНИЕМ ПОСРЕДСТВОМ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЁВРОВ ОКОЛО ВЕНЕРЫ Ю. Ф. Голубев, А. В. Грушевский, В. В. Корянов<sup>\*</sup>, А. Г. Тучин, Д. А. Тучин

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 18.06.2018 г.

### Поступило 28.06.2018 г.

Предложена адаптивная полуаналитическая и геометрически прозрачная методика синтеза последовательностей гравитационных манёвров около Венеры, меняющих наклонение орбиты космического аппарата (КА) до заданного значения. Совместно рассмотрен учёт геометрических ограничений на максимально возможное наклонение орбиты КА, которое зависит от величины асимптотической скорости КА относительно Венеры, и на возникающее при совершении гравитационного манёвра динамическое ограничение на угол поворота вектора асимптотической скорости КА относительно Венеры.

*Ключевые слова*: гравитационный манёвр, Венера, полюс наклонения, резонансная асимптотическая скорость, инвариантные линии резонансов.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524843281-284

Для осуществления ряда перспективных космических проектов (миссия "Solar Orbiter" ЕКА, отечественный проект "Интергелиозонд" и т.д.), предполагающих изучение внутренней гелиосферы из внеэклиптических положений, требуются орбиты с большим наклонением к плоскости эклиптики. Манёвры, связанные с активным изменением наклонения орбиты в ходе полёта, являются в астродинамике особенно энергозатратными. Планета Венера, будучи ближайшим соседом Земли среди планет Солнечной системы, наилучшим образом подходит для совершения гравитационных манёвров (GAM) космическим аппаратом (КА) с целью малозатратного изменения его орбитальных характеристик. Внешний сосед Земли, Марс, менее эффективен для этих целей в силу его отдалённости от Солнца и более слабого гравитационного поля. Применение последовательности GAM около Венеры с целью формирования орбит с большим наклонением позволяет существенно сэкономить необходимые для полёта запасы топлива. Технология построения полуаналитических высокоточных алгоритмов, синтезирующих последовательности проведения GAM, которые обеспечивают значительное изменение наклонения орбиты исследовательского КА [1, 2], осложняется необходимостью их 3D-проектирования с учётом точных эфемеридных моделей.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской Академии наук, Москва E-mail: korianov@keldysh.ru При баллистическом проектировании орбит с большим наклонением *i* помимо стандартных ограничений на расход ресурса и длительности космической миссии необходимо учитывать [2]:

геометрическое ограничение на максимально возможное наклонение орбиты КА, которое зависит от величины асимптотической скорости КА относительно Венеры;

возникающее при совершении GAM динамическое ограничение  $\phi \leq \phi_{max}$  на угол  $\phi$  поворота  $V_{\infty}$  вектора асимптотической скорости KA относительно Венеры.

Совместный учёт указанных ограничений вместе с учётом точных эфемеридных моделей позволяет формировать реалистичный динамический облик планируемой космической миссии [1, 2].

Пусть  $V_{\infty}$  — величина  $V_{\infty}$  (сохраняющаяся до и после GAM) — не превосходит величины средней орбитальной скорости Венеры  $V_{Ven}, v_{\infty} \equiv V_{\infty}/V_{Ven} \approx \approx V_{\infty}/35$  (км/с)  $\leq 1$ . Тогда для максимального наклонения орбиты КА  $i_{\max}$  при проведении любой серии GAM около Венеры верна оценка [2]

$$i_{\max} \le \arcsin v_{\infty}.$$
 (1)

Из неё следует, что для повышения наклонения орбиты КА относительно эклиптики более чем на 30° необходимо до совершения серии GAM произвести разгон КА, чтобы  $V_{\infty}$  была не менее 17,5 км/с. Такой разгон можно осуществить с помощью двигателя малой тяги и/или последовательности GAM около других планет. Однократного GAM для увеличения наклонения орбиты до требуемой величины может оказаться недостаточно. В таком случае необходимо синтезировать возрастающую по наклонению последовательность "резонансных" GAM (таких, чтобы орбитальный период KA после каждого GAM обеспечивал новую встречу с планетой).

Конец вектора  $\mathbf{V}_{\infty}$  при совершении GAM всегда остаётся на сфере радиуса  $V_{\infty}$  с центром на конце вектора V<sub>pl</sub> орбитальной скорости планеты  $(V_{\infty}$ -сфера) [4]. Всевозможные положения векторов входной скорости КА до совершения GAM и выходной скорости КА после совершения GAM лежат на покрытии части  $V_{\infty}$ -сферы областями, образованными пересечением с ней набора телесных углов с раствором  $\phi_{max}$  (сферическими шапочками). Нанесём на  $V_{\infty}$ -сферу указанные сферические шапочки и кривые основных резонансов между периодами обращения КА и Венеры: 3:4, 1:1, 4:3. Для возможности новой встречи с Венерой сферическая шапочка на  $V_{\infty}$ -сфере, соответствующая каждому GAM, должна покрывать соседние резонансные линии (рис. 1).

Угол  $\phi$  поворота вектора  $V_{\infty}$  при однократном GAM удовлетворяет соотношению [3]



**Рис. 1.** Резонансные изолинии на поверхности  $V_{\infty}$ -сферы для соизмеримостей [3].

где  $\mu$  — гравитационный параметр Венеры;  $r_{\pi}$  — расстояние перицентра пролётной гиперболы КА, которое не может быть меньше радиуса планеты  $R_{Ven}$ .

В [2] найдены координаты "полюса наклонения", т.е. экстремума наклонения на  $V_{\infty}$ -сфере для любой серии GAM (рис. 2):  $T_{Pole} \{ \psi_{Pole} = \pi; \rho_{Pole} = \pi -$ – arccos $v_{\infty} \}$ . Там же представлена более понятная геометрически, чем в [3], формула для итогового наклонения орбиты КА при совершении GAM около планеты в сферических координатах  $\rho$ ,  $\psi$  (рис. 2) в виде

$$\dot{t} = \operatorname{arctg} \frac{V_{\infty} \operatorname{sinp}}{V_{pl} + V_{\infty} \operatorname{cosp} \cos \psi}$$

В модельном случае увеличения наклонения орбиты КА с помощью последовательности GAM на  $V_{\infty}$ -сфере строго по меридиану ( $\psi = 0, \pi$ ) угол р "накапливает" углы разворота:

$$\rho_k = \rho_0 + \sum_{j=1}^N \varphi_j$$

Сопоставим равенство (2) с выражением (1). Графики зависимостей базовых углов от величины  $V_{\infty}$  для Венеры представлены на рис. 3. Они показывают, что максимальные углы  $\varphi$  достигаются при близких к нулю значениях  $V_{\infty}$ , однако и величина  $i_{\max}$  при этом, согласно (1), близка к нулю.

Из рис. 3 видно, что достаточная эффективность GAM появляется только при увеличении  $V_{\infty}$  до значений, обеспечивающих требуемую для космической миссии величину  $i_{\text{max}}$ . При этом уменьшается значение  $\varphi_{\text{max}}$ . Горизонтальной линией обозначено модельное значение  $i_{\text{max}} = 30^{\circ}$  проектного угла накло-



**Рис. 2.** Сферические координаты ( $\psi$ ,  $\rho$ ) и положение "полюса наклонения"  $T_{Pole}$  — экстремума  $i = i_{max}$  на  $V_{\infty}$ -сфере в случае sin  $\psi = 0$ .

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК том 484 № 3 2019



**Рис. 3.** Базовые углы в зависимости от величины  $V_{\infty}$  для планеты Венера. По оси абсцисс отложена величина  $V_{\infty}$  в км/с, по оси ординат — углы  $\varphi_{max}$ ,  $\varphi_{Pole} = \pi - \rho_{Pole}$ ,  $i_{max}$  — в градусах (ПЛ — приближение Лабунского [3]).

нения. Вертикаль, опущенная из точки пересечения этой линии с графиком функции максимального наклонения относительно планеты, показывает соответствующее значение угла  $\varphi_{max}$  поворота  $V_{\infty}$  на одном GAM. Одновременно должно быть обеспечено значение величины  $\varphi_{max}$ , для которой сферическая шапочка перекрывает на  $V_{\infty}$ -сфере смежные резонансные линии на переходе с одного резонанса на другой. Таким способом можно получить характерный размер подходящего телесного угла сферической шапочки элементарного GAM на поверхности  $V_{\infty}$ -сферы.

Таким образом, предложена адаптивная полуаналитическая и геометрически прозрачная методика синтеза последовательностей GAM около Венеры, меняющих наклонение орбиты КА до заданного значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Методика формирования больших наклонений орбит космических аппаратов с использованием гравитационных маневров // ДАН. 2017. Т. 472. № 4. С. 403–406.
- Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Формирование орбит космического аппарата с большим наклонением к эклиптике посредством многократных гравитационных маневров // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 2. С. 108–132.
- Labunsky A.V., Papkov O.V., Sukhanov K.G. Multiple Gravity Assist Interplanetary Trajectories. ESI Book Series. L.: Gordon and Breach Publ., 1998. P. 9–266.
- Strange N.J., Russell R., Buffington B. Mapping the V-infinity Globe // AIAA/AAS Space Flight Mechanics Meeting. AAS Pap. 07-277. 2007.

ГОЛУБЕВ и др.

## SYNTHESIZING SPACECRAFT ORBITS WITH HIGH INCLINATIONS USING VENUSIAN GRAVITY ASSISTS Yu. F. Golubev, A. V. Grushevskii, V. V. Korvanov,

# A. G. Tuchin, D. A. Tuchin

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov June 18, 2018

Received June 28, 2018

An adaptive, semi-analytical, and geometrically clear method for synthesis of sequences of Venusian gravity-assist maneuvers setting the desired inclination of a spacecraft orbit is proposed. The geometric constraint on the maximum possible inclination of a spacecraft orbit, which depends on the asymptotic spacecraft velocity relative to Venus, and the dynamic constraint (arising when a gravity-assist maneuver is performed) on the angle of rotation of the vector of asymptotic velocity relative to Venus are considered simultaneously.

*Keywords*: gravity assist maneuver, Venus, inclination pole, resonant asymptotic velocity, invariant lines of resonances.