ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, *2019*, *том 485*, *№ 1*, *с. 22–26*

МАТЕМАТИКА

УДК 512.745.2

СЛОЖНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ РЕДУКТИВНЫХ ГРУПП НАД АЛГЕБРАИЧЕСКИ НЕЗАМКНУТЫМ ПОЛЕМ И СИЛЬНАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ НА ФЛАГОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

В. С. Жгун[1,2,*], Ф. Кноп[3]

Представлено академиком РАН В.П. Платоновым 08.10.2018 г.

Поступило 03.09.2018 г.

В работе доказаны результаты, обобщающие теорему Э.Б. Винберга о сложности многообразий с действием редуктивной алгебраической группы на случай алгебраически незамкнутого поля. Также приведены результаты о сильной k-стабильности для действий на многообразиях флагов.

Ключевые слова: редуктивные алгебраические группы, сложность действий над алгебраически незамкнутыми полями, орбиты минимальной параболической подгруппы, стабильность действий, разложение Брюа.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-5652485122-26

Пусть k — поле характеристики нуль с алгебраическим замыканием K. G — связная редуктивная k-группа, действующая на алгебраическом k-многообразии X. Цель настоящего сообщения — анонсировать и привести схему доказательства результатов, обобщающих теорему Э.Б. Винберга [1] о сложности многообразий с действием редуктивной алгебраической группы на случай алгебраически незамкнутого поля.

Размерность многообразий мы всегда будем рассматривать над полем K. Для алгебраического многообразия X или алгебраической группы H, определённых над k, множество их k-точек обозначим через X_k, H_k соответственно.

Определение 1. Линейная k-группа G называется *анизотропной*, если она связна, редуктивна и не содержит расщепимых k-подторов.

Согласно [2, 8.5] анизотропность группы G эквивалентна полупростоте элементов из G_k и тривиальности $\mathrm{Hom}_k(G, \mathbb{G}_m) = 1$. Если опустить последнее условие, то группа G называется элементарной.

В связной редуктивной k-группе G рассмотрим минимальную параболическую k-подгруппу $P \subseteq G$ с разложением $P = L^{\mathrm{an}}SP_u$, где P_u — унипотентный радикал, L^{an} — максимальная анизотропная подгруппа группы P, а S — максимальный расщепимый тор, который является центральным. Положим $L = L^{\mathrm{an}}S$, $P' = L^{\mathrm{an}}P_u$, а также зафиксируем $T \subseteq L$ — максимальный k-тор в G, содержащий S (такой тор существует по [3, 16.1.1]).

Предложение 1. *Пусть Q — k-параболическая подгруппа G, содержащая P, а Y — P-инвариантное k-плотное подмногообразие X. Тогда QY — также k-плотное замкнутое подмногообразие X.*

Определение 2. Назовём *сложностью* $c_P(X)$ минимальную коразмерность P-орбиты в X.

Определение 3. k-плотное G-многообразие X называется *k-сферическим*, если P имеет открытую орбиту в X.

Предложение 2 [4, 4.4]. *Пусть G — анизотропная группа, действующая на квазиаффинном k-многообразии X. Тогда G-орбита точки из X_k замкнута в X.*

Предложение 3. *Пусть G — анизотропная группа, действующая на k-плотном неприводимом многообразии X. Тогда для G-инвариантного k-плотного подмногообразия Y, не плотного в X, имеем $c_G(Y) < c_G(X)$.*

Пусть Q — k-параболическая подгруппа G, собственно содержащая P и не содержащая промежуточных подгрупп. Обозначим через Q_u её унипотентный радикал. Подгруппа Леви M в Q, содержащая S, имеет над k полупростой ранг 1. Рассмотрим $W_Q = N_Q(S)_k / Z_Q(S)_k$. Согласно [2, 5.18] группа W_Q порождена одним элементом $s \in N_Q(S)_k$, нормали-

[1] *Федеральный научный центр*
“Научно-исследовательский институт системных исследований Российской Академии наук”, Москва
[2] *Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, Москва*
[3] *Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, Deutschland*
**E-mail*: *zhgoon@mail.ru*

зующим L. Для множества k-точек разложение Брюа принимает вид

$$Q_k = P_k s P_k \cup P_k.$$

Нами были доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть G — редуктивная алгебраическая группа над совершенным полем k, действующая на k-плотном многообразии X. Пусть Y — P-инвариантное k-плотное подмногообразие X. Тогда* $c_P(Y) \le c_P(X)$, $\mathrm{rk}_P(Y) \le \mathrm{rk}_P(X)$.

Теорема 2. *Пусть G — редуктивная k-группа, действующая на k-сферическом многообразии X. Тогда X имеет конечное число P-орбит с непустым множеством k-точек*.

В данной работе мы приведём подробную схему доказательства теоремы 2 и краткую схему доказательства теоремы 1 в случае локально-компактных полей. Несмотря на то что в этом случае доказательства значительно упрощаются, результаты всё равно представляют значительный интерес. Заметим, что в вещественном случае несколько другое доказательство было известно ранее [15].

Доказательство. Рассуждая от противного, рассмотрим P-инвариантное абсолютно неприводимое k-плотное подмножество Y, состоящее из бесконечного числа P-орбит фиксированной размерности. Среди таких множеств возьмём Y максимальной размерности. Если $G\overline{Y} \neq X$, то по предположению индукции по размерности G-многообразия имеем $c_P(Y) \le c_P(GY)$, в свою очередь, по теореме Ф. Кнопа и Б. Кретца [6, Prop. 4.13] $c_P(GY) \le c_P(X)$. Тем самым можно считать, что Y не G-инвариантно, а замыкание GY совпадает с X. Для замкнутого подмножества $\overline{Y}$ множество $Q\overline{Y}$ также замкнуто, и либо $Q\overline{Y} = \overline{Y}$, либо $\dim Q\overline{Y} > \dim \overline{Y}$. Заметим, что G порождается произведением параболических подгрупп, которые содержат P, но не имеют промежуточных подгрупп, содержащих P. Поскольку Y не G-инвариантно, существует параболическая подгруппа Q, содержащая P и минимальная с этим свойством, такая что $\dim QY > \dim Y$. По предположению, QY содержит открытую P-орбиту.

Заметим, что для $x \in X$ имеет место соответствие

$$\{P\text{-орбиты в } Q_x\} \leftrightarrow \{\text{двойные классы } PqQ_x \text{ в } Q\} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \{Q_x\text{-орбиты в } Q/P\}.$$

Это соответствие сохраняет порядок по включению для инвариантных подмножеств, а также сохраняет коразмерности и относительные коразмерности соответствующих инвариантных подмножеств. Тем самым Y соответствует некоторому подмножеству Z в Q/P.

Лемма 1. *Если поле k удовлетворяет свойству (F) по Серру* [6, III.4.2], *из k-плотности Y следует k-плотность Z.*

Доказательство. По свойству (F) множество k-точек Qx разлагается в конечное объединение Q_k-орбит

$$(Qx)_k = \bigcup_{x_i \in (Qx)_k} Q_k x_i.$$

Рассмотрим разложение $Z_k = \bigcup_{x_i \in Z_k} Q_k x_i \cap Z$ в конечное объединение подмножеств. Тогда среди них существует плотное в Z подмножество, например $(Z_k)_0$. Для k-точки x имеем соответствие

$$\{P_k\text{-орбиты в } Q_k x\} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \{\text{двойные классы } P_k q (Q_x)_k \text{ в } Q_k\} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \{(Q_x)_k\text{-орбиты в } Q_k/P_k\} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \{(Q_x)_k\text{-орбиты в } (Q/P)_k\}.$$

Прообраз $(Z_k)_0$ при отображении $Q_k \to Q_k/(Q_{x_0})_k$ является $(P_k \times (Q_{x_0})_k)$-инвариантным, откуда его замыкание по Зарисскому $\hat{Z}$ в Q является $(P \times Q_{x_0})$-инвариантным, а его образ при проекции $Q \to Q/(Q_{x_0})$ равен замыканию $(Z_k)_0$, т.е. Z. Будучи k-плотным, образ $\hat{Z}$ при проекции $Q \to Q/P$ также будет k-плотен.

Перейдём к образам групп Q_{x_0} и P в факторе $Q/\mathrm{Rad}Q$. Тогда доказательство будет следовать из следующего предложения.

Предложение 4. *Пусть G — редуктивная k-группа расщепимого ранга 1, P — минимальная параболическая подгруппа в G, а H — k-подгруппа в G, такая что H имеет плотную орбиту в G/P. Пусть Z — k-плотное H-инвариантное подмножество, тогда Z имеет плотную H-орбиту.*

Доказательство. Группа H может быть одной из следующих типов:

(i) H имеет тривиальный анизотропный радикал. Если H анизотропна, то по предложению 7 множество k-точек составляет одну H-орбиту.

(ii) Предположим, что H имеет тривиальный унипотентный радикал и расщепимый ранг 1, т.е. она содержит расщепимый тор S, который также является максимальным расщепимым в G. Возьмём однопараметрическую подгруппу $\lambda \in S$ и рассмотрим минимальную адаптированную параболическую подгруппу $P(\lambda) \subset G$ и минимальную адаптированную параболическую подгруппу $P_H(\lambda) = P(\lambda) \cap H$. Сопрягая S элементом из G_k, мы можем предполагать, что $P = P(\lambda)$.

Предположим, что стабилизатор H_x точки $x \in (G/P)_k$ содержит подгруппу, изоморфную $\mathbb{G}_a$ или $\mathbb{G}_m$. Тогда, сопрягая её элементом из H_k, можно считать, что $\mathbb{G}_a$ (соответственно $\mathbb{G}_m$) лежит в $P_u \cap H$ (соответственно равна S).

Из разложения Брюа $G_k/P_k = (P_u)_k sP_k/P_k \cup P_k/P_k$ следует, что множество неподвижных k-точек относительно $G_a \subset P_u$ (соответственно S) на $(G/P)_k$ состоит из eP/P (соответственно двух точек eP/P и sP/P), и это множество содержится в H-орбите, равной $H/H \cap P$. Это показывает, что если стабилизатор H_x не является анизотропным, то Hx — единственная замкнутая H-орбита с непустым множеством k-точек.

Лемма 2. *Пусть X — многообразие с действием k-редуктивной группы G с плотной орбитой. Пусть $x \in X_k$ — гладкая точка из замыкания открытой орбиты, тогда H изотропна.*

Доказательство. Предположим противное. Рассмотрим эквивариантное вложение G-инвариантной окрестности в X орбиты с редуктивным стабилизатором в пространство $\mathbb{P}(V)$. Пусть H — стабилизатор прямой $\langle v\rangle \in \mathbb{P}(V)$, поскольку H анизотропна и, в частности, не имеет k-характеров, она также является стабилизатором $v \in V$. Это также показывает, что стабилизатор v в группе $G \times k^\times$ (действующей на аффинном конусе $\hat{X}$ с открытой орбитой) также равен H. Пусть N_x — H-инвариантное дополнительное k-пространство в T_xX к касательному пространству к орбите $T_x(Gx)$. Имеем H-эквивариантное отображение $X \to T_xX$, которое этально в окрестности x (что легко следует из вычисления дифференциала). Тогда неприводимая компонента S прообраза N_x в X является H°-многообразием, гладким в точке x (где H° — неприводимая компонента единицы) и трансверсальным к Gx. Рассмотрим следующие отображения, этальные в окрестности точки x:

$$X \leftarrow G *_{H^\circ} S \to G *_{H^\circ} N_x.$$

Поскольку G имеет открытую орбиту в X, а оба морфизма конечны, H имеет открытую орбиту в k-векторном пространстве N_x, что противоречит анизотропности H.

Комбинируя вышесказанное, условие сферичности и лемму, получим, что множество $(G/P)_k$ лежит в объединении открытой и замкнутой H-орбиты, где открытая орбита имеет редуктивный анизотропный стабилизатор, а замкнутая орбита является многообразием флагов $H/H \cap P$. Тем самым последняя орбита содержится в Z.

(iii) Пусть H содержит нетривиальный унипотентный радикал, тогда по результату В.П. Платонова [7, 30.3, Cor. A] (см. также [8, 10]) и конструкции Бореля Титса [9] существует параболическая k-подгруппа P_1 в G, такая, что $H \subset P_1$, $\operatorname{Rad} H \subset \operatorname{Rad} P_1$, $H_u \subset (P_1)_u$ (включение для унипотентных радикалов). Пусть H^{an} — максимальная анизотропная подгруппа в H^{e}. Поскольку мы интересуемся только H-орбитами, снабжёнными k-точками, из существования разложения Брюа $(G/P)_k = (P_u)_k sP_k/P_k \cup P_k/P_k$ следует, что достаточно рассмотреть H-орбиты в клетках PsP/P и eP/P. Имеем следующие возможности: либо $Z \cap (PsP/P) \neq \phi$, либо $Z_k = eP/P$.

Тип (U). Пусть H не содержит расщепимый тор. Поскольку H имеет открытую орбиту на $P_u sP/P$, то H^{an} имеет открытую орбиту для действия сопряжениями на P_u/H_u. Но это невозможно, кроме случая $H_u = P_u$, поскольку иначе по предложению 2 эта орбита также замкнута, но в то же время содержит H^{an}-неподвижную точку eH_u в своём замыкании.

Тем самым множество P-орбит на G/H, обладающих k-точками, состоит из двух орбит точек sH и eH (k-ранг этих орбит одинаков).

Тип (S). Пусть H содержит нецентральный расщепимый тор. Предположим, что $H^{\mathrm{e}} \supset S$ и $P_u \neq H_u$. Если $Z_k = eP/P$, то Z состоит из множества H-неподвижных точек, а значит, Z содержится в неприводимой компоненте $(G/P)^S$, которая является изолированной S-неподвижной точкой eP/P. Пусть открытое в Z подмножество $Z \cap PsP/P$ непусто. Как и ранее, действие H сводится к действию $H^{\mathrm{e}1}$ на P_u/H_u сопряжениями. Заметим, что действия $H^{\mathrm{e}1}$ и S коммутируют, а S действует со строго положительными весами на $\mathfrak{p}_u/\mathfrak{h}_u$. Таким образом, S стягивает P_u/H_u к $H^{\mathrm{e}1}$-неподвижной точке. Отсюда следует, что S не может сохранять H^{an}-орбиту ни одной k-точки P_u/H_u, поскольку эти орбиты замкнуты. Тем самым каждая H^{an}-орбита точки из P_u/H_u, отличной от eH_u, содержится в одномерном семействе замкнутых H^{an}-орбит. Поскольку $H^{\mathrm{e}1}$ имеет открытую орбиту на P_u/H_u, семейство общих замкнутых H^{an}-орбит одномерно. По предложению 7 все другие семейства замкнутых H^{an}-орбит состоят только из конечного числа орбит, но орбитой с таким свойством может быть только H^{an}-неподвижная точка eH_u.

Множество P-орбит на G/H, обладающих k-точками, состоит из трёх орбит: открытой и двух орбит PeH и PsH меньшего ранга. В случае если расщепимый тор централен, после сопряжения на элемент из G_k можно считать, что он совпадает с S, а группа H лежит в Леви L. И рассуждения полностью аналогичны проведённым выше.

Действия редуктивных подгрупп на многообразии флагов полупростой группы расщепимого ранга 1 обладают интересным свойством, которое мы назовём сильной k-стабильностью. Напомним хорошо известные результаты.

Предложение 5 [11]. *Пусть $H \subset G$ — редуктивная группа, действующая на многообразии флагов G/P. Тогда компонента связности редуктивной группы $Z_G(H)$ действует транзитивно на неприводимых компонентах множества неподвижных точек $(G/P)^H$.*

Приведём критерий стабильности В.Л. Попова [12] для алгебраически незамкнутых полей.

Теорема 3. *Пусть G — связная редуктивная группа над k с тривиальной группой k-характеров. И пусть X — аффинное нормальное абсолютно неприводимое G-многообразие над k, с группой классов k-дивизоров Вейля, состоящей из элементов конечного порядка. Пусть стабилизатор общей (над K) G-орбиты на X редуктивен, тогда действие стабильно.*

Обозначим через P' максимальную квазианизотропную подгруппу в P (равную $L^{an}P_u$).

Следствие 1. *Пусть H — k-подгруппа в простой группе G расщепимого ранга 1 и пусть H не имеет k-характеров. Тогда действие H на G/P' стабильно.*

Предложение 6. *Пусть H_x — анизотропный стабилизатор некоторой точки из $(G/P)_k$. Тогда H-орбиты точек общего положения из множества $(G/P')^{H_x}$ замкнуты.*

Доказательство. Пусть H_x — анизотропна. Обозначим через $(G/P')^{H_x} \cup \{0\}$ аффинный конус над $(G/P)^{H_x}$. Более того, H_x равно пересечению H и некоторой подгруппы, сопряжённой P, и тем самым P_k-сопряжением можно добиться (для полей характеристики 0), что группа H_x содержится в анизотропной части L (обозначаемой L^{an}). В частности, централизатор $Z_G(H_x)$ является редуктивным и содержит k-расщепимый тор ранга 1.

Итак, компонента связности множества неподвижных точек $(G/P)^{H_x}$ состоит в точности из единственной полной $Z_G(H_x)^0$-орбиты, которая является либо точкой, либо обобщённым многообразием флагов для группы ранга 1. Если $Z_H(H_x)$ не содержит расщепимый центральный тор, то действие $Z_H(H_x)$ на аффинном конусе над этим флаговым многообразием стабильно.

Если $Z_H(H_x)$ содержит центральный расщепимый подтор, то $Z_H(H_x) \subset L$. Рассмотрим ограничение действия L на подмножество Y^0 (его аффинный конус $\hat{Y}^0$), полученное пересечением открытой клетки на G/P и её сопряжённой с помощью s. Заметим, что любой вектор из $\hat{Y}^0$ содержит старший и младший S-вес. В частности, любая S-орбита из этого подмножества замкнута. Поскольку орбиты анизотропной группы также замкнуты, легко видеть, что $Z_H(H_x)$-орбиты из $\hat{Y}^0$ также замкнуты.

По критерию Луны $Z_H(H_x)$-орбита точки $y \in (G/P')^{H_x}$ замкнута $\overline{G/P'} \cup \{0\}$, если и только если орбита Hy замкнута в $\overline{G/P'} \cup \{0\}$, что доказывает предложение.

Определение 4. Назовём замкнутое H-подмногообразие $Y \subset X$ **максимальным k-листом**, если оно не содержится в большем k-плотном подмножестве, для которого размерность орбиты общего положения равна размерности орбиты общего положения в Y.

Следствие 2. *Пусть $\tilde{Y}$ — аффинный конус над k-плотным H-многообразием $Y \subset G/P$, не содержащимся ни в каком большем k-плотном подмножестве, для которого размерность орбиты общего положения равна размерности орбиты общего положения в Y. Тогда $\tilde{Y}$ является стабильным.*

Следующее предложение легко следует из существования категорного фактора.

Предложение 7. *Пусть $X \supset Y$ — аффинные H-многообразия со стабильным действием. Тогда $c_H(Y) < c_H(X)$, если Y неплотно в X.*

Заметим, что дополнение к H-орбите старшего вектора в G/P разлагается в конечное объединение G-многообразий в соответствии с типом класса сопряжённости редуктивного стабилизатора в H. По предложению 6 для каждого аффинного конуса $\hat{Y}$ над максимальным k-листом Y имеем $c_H(\hat{Y}) < c_H(G/P')$, а поскольку $c_H(\hat{Y}) = c_H(Y) + 1$ (стабилизатор поднимается до стабилизатора вектора, будучи анизотропным), получаем $c_H(Y) < c_H(G/P)$.

Следствие 3. *Для k-плотного H-многообразия $Y \subset G/P$ выполняется равенство $c_H(Y) = c_H(G/P')$, если и только если Y является орбитой старшего вектора и $c_H(G/P) = 0$.*

Наметим основную идею доказательства теоремы 1 в случае локально-компактных полей. Для этого рассмотрим два рациональных фактора π_Q: $QY \to QY \mathbin{.\!\!\cdot^{\cdot}} Q$ и $Y \to Y \mathbin{.\!\!\cdot^{\cdot}} P$. Для общей точки $y \in Y$ слой ограничения отображения π_Q на Y равен $Qy \cap Y$. Переходя к гладким открытым P-инвариантным k-подмножествам Y_0 в Y, мы можем считать, что

P-орбиты в Y_0 имеют одинаковую размерность, а слои $\pi_Q\big|_Y$, т.е. $Qy \cap Y_0$ гладки (возможно, приводимы). Из k-плотности Y следует, что y можно взять из $Y_k \cap Y_0$. Положим $Z \coloneqq Qy \cap Y_0$, тогда имеем

П р е д л о ж е н и е 8. *Для локально компактного поля k многообразие Z является гладким k-плотным и* $c_P(Qy) \geq c_P(Z)$.

Включение $Y \subset QY$ индуцирует отображение $Y \iddots P \to QY \iddots Q$, при этом слой, содержащий образ y, соответствует общим P-орбитам в $Qy \cap Y$. Откуда

$$c_P(QY) = c_P(Qy) + \dim QY \iddots Q,$$
$$c_P(Y) = c_P(Qy \cap Y) + \dim QY \iddots Q.$$

По предложению 8 $c_P(QY) \geq c_P(Y)$.

Таким образом, теорема 1 следует из следующего утверждения.

П р е д л о ж е н и е 9. *Пусть G — полупростая группа расщепимого полупростого ранга* 1, *а H — её k-подгруппа. Тогда для H-инвариантного k-плотного подмногообразия Z имеем* $c_H(G/P) \geq c_H(Z)$.

Доказательство предложения в случае, когда H имеет редуктивный полупростой k-ранг один, сводится к следствию 3, а в случае, когда радикал H нетривиален, использует идеи из случаев (U) и (S), разобранных выше.

Источник финансирования. Работа В.С. Жгуна финансировалось в рамках проекта “Исследование групповых алгебраических многообразий и их связей с алгеброй, геометрией и теорией чисел” (№ 0065–2018–0019).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Винберг Э.Б.* Сложность действий редуктивных групп // Функцион. анализ и его прил. 1986. Т. 20. № 1. С. 1–13.
2. *Borel A., Tits J.* Groupes Reductifs // Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math. 1965. V. 27. P. 55–150.
3. *Springer T.A.* Linear Algebraic Groups. B.: Springer Science / Business Media, 2010.
4. *Kempf G.* Instability in Invariant Theory // Ann. Math. 1978. V. 108. № 2. P. 299–316.
5. *Knop F., Krötz B.* Reductive Group Actions. 2016. arXiv preprint arXiv:1604.01005
6. *Serre J.P.* Galois Cohomology. B.: Springer Science / Business Media, 2013.
7. *Humphreys J.E.* Linear Algebraic Groups. Graduate Texts in Math. N.Y.; Heidelberg; B.: Springer-Verlag, 1975. № 21.
8. *Платонов В.П.* Доказательство гипотезы конечности для разрешимых подгрупп алгебраических групп // Сиб. мат. журн. 1969. Т. 10. С. 1084–1090.
9. *Borel A., Tits J.* Éléments Unipotents et Sous-Groupes Paraboliques de Groupes Réductifs. I // J. Invent. Math. 1971. V. 12. № 2. P. 95–104.
10. *Вейсфейлер Б.Ю.* Об одном классе унипотентных подгрупп полупростых алгебраических групп // УМН. 1966. Т. 21. № 2 (128). С. 222–223.
11. *Richardson R.W.* On Orbits of Algebraic Groups and Lie Groups // Bull. Austral. Math. Soc. 1982. V. 25. № 1. P. 1–28.
12. *Popov V.L.* On the Stability of the Action of an Algebraic Group on an Algebraic Variety // Math. USSR-Izv. 1972. V. 6. № 2. P. 367–379.
13. *Платонов В.П., Рапинчук А.С.* Алгебраические группы и теория чисел. М.: Наука, 1991. 656 с.
14. *Винберг Э.Б., Попов В.Л.* Теория инвариантов. Алгебраическая геометрия-4. Итоги науки и техн. Сер. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНИТИ, 1989. Т. 55. С. 137–309.
15. *Krötz B., Schlichtkrull H.* // J. Eur. Math. Soc. 2016. V. 18. № 6. P. 1391–1403.

ON COMPLEXITY OF REDUCTIVE GROUP ACTIONS OVER ALGEBRAICALLY NON-CLOSED FIELD AND STRONG STABILITY OF THE ACTIONS ON FLAG VARIETIES

V. S. Zhgoon, F. Knop

Presented by Academician of the RAS V.P. Platonov October 10, 2018

Received September 3, 2018

We annonce the results generalizing the Vinberg’s Complexity Theorem for the action of reductive group on an algebraic variety over algebraically non-closed field. Also we give new results on the strong k-stability for the actions on flag varieties.

Keywords: reductive algebraic groups, complexity of the actions over algebraically non-closed fields, orbits of minimal parabolic subgroup, stability of the action, Bruhat decomposition.