

УДК 523.68

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ
ПРИЛИВНОГО ВЫСТУПА РАННЕЙ ЛУНЫ

С. А. Воропаев*, А. Ю. Днестровский, академик РАН М. Я. Маров

Поступило 27.07.2018 г.

Исследованы ограничения, накладываемые на орбиту и распределение плотности ранней Луны современными измерениями её “реликтового” приливного выступа. Разработана полуаналитическая методика расчётов гравитационных потенциалов, позволяющая исследовать эквипотенциальные поверхности самогравитирующей неоднородной массы во внешнем поле. Получены универсальные выражения для двухслойной модели мантия—кора ранней Луны, позволяющие сделать общие оценки плотности верхнего слоя коры и полуоси ее орбиты в случае “приливного захвата” Землёй.

Ключевые слова: Луна, Земля, эволюция орбиты, приливное взаимодействие, дифференцирование коры—мантия.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524846686-690>

ВВЕДЕНИЕ

С конца XVIII в., начиная с исследований Лапласа, известно, что приливный выступ Луны аномально большой — больше, чем предсказывается гидростатической теорией для современного вращения и орбиты Луны. Последние измерения миссии GRAIL показали, что (нормализованные) коэффициенты $|C_{20}|$ и C_{22} разложения гравитационного поля Луны по сферическим гармоникам, характеризующие размер выступа, равны $203,2 \cdot 10^{-6}$ и $22,4 \cdot 10^{-6}$ соответственно [1]. Это примерно в 22 и 8 раз больше, чем их соответствующие гидростатические значения [2]. После коррекции вклада больших морских бассейнов (базальты) и смещения оси вращения коэффициенты $|C_{20}|$ и C_{22} приводятся к значениям $156 \cdot 10^{-6}$ и $38,8 \cdot 10^{-6}$ соответственно, что остаётся примерно в 17 и 14 раз больше соответствующих им гидростатических значений.

В настоящее время преобладающая гипотеза “лишней” выпуклости Луны — это “замороженный” реликтовый выступ, оставшийся со времени, когда Луна была ближе к Земле, вращалась быстрее и испытывала более значительные приливные силы со стороны Земли, чем сейчас [3]. Поскольку впоследствии Луна отделилась от Земли из-за приливной диссипации и остыла, сформировавшийся внешний жёсткий слой (литосфера) был частично или полностью сохранён в ходе гидростатической компенсации фигуры планеты [4].

С геофизической и геохимической точек зрения развитие приливного выступа Луны представляет собой непрерывный динамичный процесс, тесно увязанный с формированием коры и мантии. В данной работе, используя полуаналитический метод и современные данные селенодезии, мы проанализируем начальную фазу развития приливного выступа и получим по его уточнённым размерам ограничения на параметры орбиты и распределение плотности ранней Луны.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ
МЕТОД

Приливо-вращательное воздействие на формирование ранней коры и мантии Луны зависело от скорости её вращения и орбитального состояния. В работе [5] было показано, что выступ не мог быть сформирован на орбите с большим эксцентриситетом вследствие возникавших больших упругих деформаций. В данной работе мы также предположим, что в начале формирования приливного выступа Луна находилась на круговой и синхронной орбите относительно Земли, т.е. “приливный захват” уже произошёл.

В декартовой системе координат с началом, помещённым в центр инерции Луны, и осью X , направленной на Землю, внутренний приливный потенциал принимает следующий вид [6]:

$$V_l = \frac{-GM_F}{D^3} \left(x^2 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}z^2 \right), \quad (1)$$

где G — гравитационная постоянная, M_F — масса Земли, D — большая полуось лунной орбиты. Цен-

Институт геохимии и аналитической химии
им В.И. Вернадского Российской Академии наук, Москва
*E-mail: voropaev@geokhi.ru

тробежный потенциал внутри Луны определяется выражением

$$V_{\omega} = -\frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2), \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi/T$ — угловая скорость, T — период вращения Луны. Синхронное вращение Луны по круговой орбите приводит к $GM_E/D^3 = \omega^2$ (3-й закон Кеплера), и тогда общий потенциал можно записать в виде

$$V_t + V_{\omega} = -\frac{1}{2}\omega^2(3x^2 - z^2). \quad (3)$$

Поскольку на начальной стадии упругая литосфера Луны ещё не успела сформироваться, первичная кора, не обладающая значительной вязкостью, должна принимать форму эквипотенциальной поверхности в виде трёхосного эллипсоида, устраняющей сдвиговые напряжения. Для однородного случая внутренний гравитационный потенциал Луны будет определяться выражением

$$V_g = G\pi abc(-U_0 + U_ax^2 + U_by^2 + U_cz^2), \quad (4)$$

где a , b и c — главные полуоси эллипсоида ($a > b > c$), ρ — средняя плотность,

$$\begin{aligned} U_0 &= \int \frac{ds}{\Delta}, \quad \Delta = [(a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s)]^{1/2}, \\ U_a &= \int \frac{ds}{(a^2 + s)\Delta}, \quad U_b = \int \frac{ds}{(b^2 + s)\Delta}, \\ U_c &= \int \frac{ds}{(c^2 + s)\Delta}, \end{aligned} \quad (5)$$

а интегралы берутся от 0 до ∞ . В дальнейшем мы будем использовать безразмерные аналоги выражений (5) с помощью отношений полуосей $T_1 = (b/a)^2$ и $T_2 = (c/a)^2$, экваториальный (E_1) и полярный (E_2) эксцентриситеты внешней поверхности при этом равны $E_1 = 1 - T_1$ и $E_2 = 1 - T_2$ соответственно.

Поскольку эксцентриситеты малы, с хорошей точностью можно пользоваться линейным приближением для компонент гравитационного потенциала

$$\begin{aligned} U_a &\approx \frac{2}{3} + \frac{1}{5}(E_1 + E_2), \quad U_b \approx \frac{1}{5}(3E_1 + E_2) + \frac{2}{3}, \\ U_c &\approx \frac{1}{5}(E_1 + 3E_2) + \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Результирующая сила, действующая на вещество внутри Луны, будет определяться выражением

$$\mathbf{F} = -\text{grad } V, \quad V = V_t + V_{\omega} + V_g. \quad (6)$$

В случае полностью однородной, изотропной и изотермической ранней Луны гидростатическая теория планеты с мантийным веществом в виде вяз-

кой жидкости без упругой литосферы (для поддержания длительных сдвиговых напряжений) предсказывает фигуру в виде трёхосного эллипсоида с фиксированным отношением эксцентриситетов:

$E_1 \approx \frac{3}{4}E_2$, и их абсолютными значениями, зависящими от $d = D/R_E$:

$$[U_a(T_1, T_2) - T_1 U_b(T_1, T_2)]\sqrt{T_1 T_2} \approx \frac{2\rho_E}{\rho} \frac{1}{d^3}. \quad (7)$$

Например, для $d = D/R_E = 20$ разность главных полуосей будет составлять: $a - b \approx 1,35$ км, $a - c \approx 1,81$ км. При этом принимаются современные значения средней плотности Земли $\rho_E = 5520$ кг/м³ и Луны $\rho_B = 3345$ кг/м³. В однородной модели отношение коэффициентов $|C_{20}|/C_{22}$ постоянно и равно 3,3, что значительно отличается от диапазона величин наблюдаемых отношений: $|C_{20}|/C_{22}$ — от 9,2 до 4 (после коррекции), $a - b \approx 1$ км и $a - c \approx 2$ км. Вариации параметра орбиты $d = D/R_E$ от 10 до 40 не позволяют приблизиться к наблюдаемым отношениям разностей полуосей фигуры (табл. 1), поэтому необходимо учитывать неоднородность внутренней структуры ранней Луны.

МОДЕЛЬ МАГМАТИЧЕСКОГО ОКЕАНА МАНТИЯ—КОРА

Геохимические данные о породах Луны, собранные советскими АМС Луна-16, -20 и -24 [7] и миссиями Апполон 11–17 [8], свидетельствуют о расплавленном магматическом океане (МО), покрывавшем всю поверхность ранней Луны минимум 200 млн лет после её образования. Лёгкая выплавка преимущественно анортозитового состава плотностью $\rho_0 \approx 2600$ –2700 кг/м³ сформировала первичную кору толщиной примерно 70 км, а более плотные базальты с повышенным содержанием железа и титана плотностью $\rho_m \approx 3300$ –3800 кг/м³ сформировали первичную мантию. Полуаналитический подход, использующий эквипотенциальные поверхности для слоёв разной плотности, позволяет сделать необходимые оценки функциональной связи их эксцентриситетов.

Таблица 1. Параметры фигуры ранней Луны (однородная модель)

$d = D/R_E$	$e_1, 10^{-3}$	$e_2, 10^{-3}$	$a - c$, км	$a - b$, км
10	12,6	17	14,6	10,9
20	1,56	2,08	1,81	1,35
30	0,46	0,61	0,53	0,4
40	0,19	0,26	0,23	0,17

Точное выражение для потенциала внешнего гравитационного поля трёхосного эллипсоида с главными полуосями a , b и c , плотностью ρ

$$V_g(x, y, z) = -G\pi abc \times \int_{\lambda(x,y,z)}^{\infty} \frac{\frac{x^2}{a^2+s} + \frac{y^2}{b^2+s} + \frac{z^2}{c^2+s} - 1}{R(s)} ds, \quad (8)$$

где $R(s) = [(a^2+s)(b^2+s)(c^2+s)]^{1/2}$, а эллипсоидальная координата $\lambda(x, y, z)$ определяется выражением

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda} + \frac{y^2}{b^2+\lambda} + \frac{z^2}{c^2+\lambda} = 1. \quad (9)$$

При $\lambda = 0$ потенциал (7) переходит в (4), как и должно быть при условии непрерывности на границе — поверхности эллипсоида. При малых эксцентриситетах выражение (7) можно представить в виде суммы внешнего гравитационного потенциала шара и добавок от эллипсоидальности фигуры.

В принятой модели МО ранней Луны форма внешнего более лёгкого слоя будет определяться как внешними силами (центробежной и приливной), так и гравитационным воздействием внутреннего, более тяжёлого слоя (рис. 1).

Если пренебрегать в расчётах эллипсоидальностью внутреннего слоя, то его вклад в общий гравитационный потенциал $V_g = V_g^{(1)} + V_g^{(0)}$ можно описать более простым, чем (7), выражением

$$V_g^{(1)}(x, y, z) = \frac{G\Delta M}{r}, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \\ M = M_0 + \Delta M, \quad \rho_1 = \rho_m - \rho_{\text{кора}},$$

а $V_g^{(0)}$ описывается выражением (4), где $\rho = \rho_0$ ($\rho_0 = \rho_{\text{кора}}$).

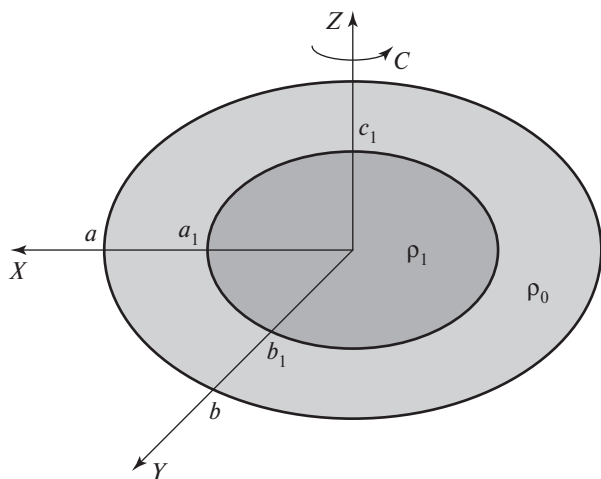


Рис. 1. Двухслойная модель ранней Луны.

С хорошим приближением внешнюю поверхность можно представить трёхосным эллипсоидом, главные полуоси которого a , b и c (или эксцентриситеты E_1 и E_2) определяются соотношениями для полного потенциала (6):

$$V(x=a, z=y=0) = V(y=b, x=z=0), \quad (10a)$$

$$V(z=c, x=y=0) = V(x=a, z=y=0) \quad (10b)$$

или

$$U_a^{(0)}(T_1, T_2) - T_1 U_b^{(0)} - \frac{\Delta M}{M_0} \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{T_1}} - 1 \right) = \\ = \frac{3}{2} \frac{\omega^2}{G\pi\rho_0} \sqrt{T_1 T_2} \quad (11a)$$

и

$$\frac{T_1}{T_2} U_b^{(0)} - U_c^{(0)} - \frac{\Delta M}{M_0} \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{T_2}} - \frac{1}{\sqrt{T_1}} \right) \frac{1}{T_2} = \\ = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{G\pi\rho_0} \sqrt{T_1 T_2} \quad (11b)$$

соответственно. Их сравнение позволяет устранить неизвестный фактор $\omega(d)$ и определить неоднородность ранней Луны: $\Delta M/M_0 = 0,711$, принимая $E_1 = 1,196 \cdot 10^{-3}$ и $E_2 = 2,495 \cdot 10^{-3}$ по наблюдаемой величине реликтового приливного выступа. С учётом найденной величины неоднородности с помощью соотношения (11a) можно определить $d = D/R_E \approx 31,5$. Учитывая, что $\Delta M/M_0 = M/M_0 - 1$,

$$\rho_0 = \frac{\rho_B}{1 + \Delta M/M_0}, \quad \rho_0 = \rho_{\text{кора}} = 1956 \text{ кг/м}^3. \quad (12)$$

При этом a_1 , b_1 и c_1 — главные полуоси внутреннего эллипсоида, $\epsilon_1 = 1 - t_1$, $\epsilon_2 = 1 - t_2$ — его экваториальный и полярный эксцентриситеты соответственно, $t_1 = (b_1/a_1)^2$, $t_2 = (c_1/a_1)^2$ можно определить с помощью $V = \text{const}$ на поверхности внутреннего слоя и выражений (4) для гравитационных потенциалов однородных эллипсоидов $V_g^{(0)}$ и $V_g^{(1)}$. В линейном приближении для малых эксцентриситетов это даёт следующие соотношения:

$$\left(\frac{4}{15}k + \frac{2}{3} \right) \epsilon_1 - \frac{2}{5} E_1 \approx 2 \frac{\rho_E}{\rho_0} \frac{1}{d^3}, \quad (13a)$$

$$\left(\frac{4}{15}k + \frac{2}{3} \right) (\epsilon_2 - \epsilon_1) - \frac{2}{5} (E_2 - E_1) \approx \frac{2 \rho_E}{3 \rho_0} \frac{1}{d^3}, \quad (13b)$$

где $k = \frac{\rho_B - \rho_0}{\rho_0} \left(\frac{a}{a_1} \right)^3$. Данный параметр можно оценить с помощью баланса масс: $M = M_0 + \Delta M$, $\Delta M = 3,054 \cdot 10^{22}$ кг с общей массой Луны $M = 7,346 \cdot 10^{22}$ кг, $\Delta M \approx \left(\frac{4}{3} \right) \pi (\rho_m - \rho_{\text{кора}}) a_1^3$; причём

он будет зависеть от предполагаемой плотности мантии. Например, для мантии с плотностью $\rho_m = 3700 \text{ кг/м}^3$, $a_1 = 1650 \text{ км}$, т.е. толщина лёгкой коры будет составлять 87 км , а $\varepsilon_1 \approx 0,76 \cdot 10^{-3}$ и $\varepsilon_2 \approx 1,427 \cdot 10^{-3}$.

Соотношение $|C_{20}|/2C_{22}$ для двух вложенных эллипсоидов определяется отношением главных моментов инерции

$$\frac{|C_{20}|}{2C_{22}} = \frac{(2E_2 - E_1) + \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 \frac{\Delta M}{M_0} (2\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{E_1 + \left(\frac{a_1}{a}\right)^2 \frac{\Delta M}{M_0} \varepsilon_1} \quad (14)$$

и с помощью соотношений (11) и (13) может быть выражено через параметр $p = a/a_1$ в общем виде (рис. 2).

При сделанных выше оценках неоднородности мы получаем большее совпадение с наблюдаемыми данными для “реликтового” приливного выступа, чем для однородной модели:

$$|C_{20}|/C_{22} = 6,11. \quad (15)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ГЕОХИ РАН было экспериментально установлено, что весовые проценты газов могут быть растворены в магме [9] при давлениях и температуре, характерных для лунной коры. Большая часть летучих была дегазирована МО ранней Луны, но удерживаемой части оказалось достаточно, чтобы поддерживать пониженную плотность верхнего слоя будущей коры вплоть до её затвердевания. Анализ

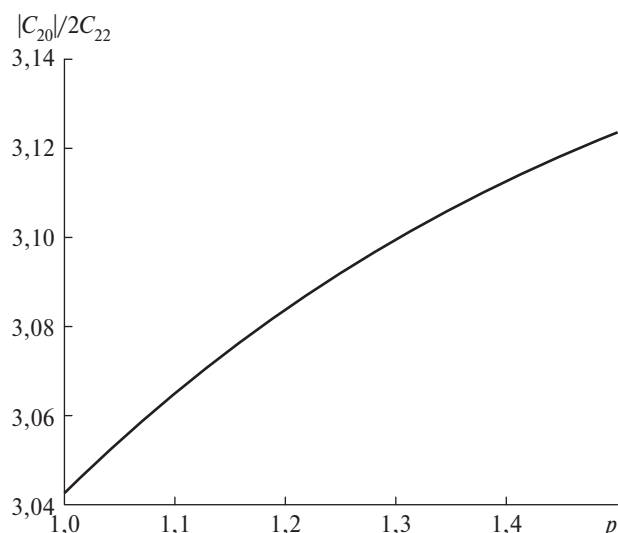


Рис. 2. Зависимость $|C_{20}|/2C_{22}$ от параметра $p = a/a_1$ при $d = D/R_E = 31,5$ и плотности верхнего слоя $\sim 2000 \text{ кг/м}^3$.

гравиметрии высокого разрешения GRAIL показал, что средняя плотность континентов Луны $2550 \pm 250 \text{ кг/м}^3$ [10], а толщина составляет $35\text{--}40 \text{ км}$. Отклонение от ранее принятой величины плотности ($\sim 2800 \text{ кг/м}^3$) объяснялось значительной пористостью (до $\sim 12\%$) и развитой системой трещин в лунной коре, вызванной интенсивной метеоритной бомбардировкой. Рассмотренная нами простая двухслойная модель ранней Луны достаточно хорошо воспроизводит основные наблюдаемые характеристики “реликтового” приливного выступа в предположении, что ранняя Луна находилась на расстоянии $d = D/R_E \approx 31,5$ и плотность верхнего слоя МО составляла 1956 кг/м^3 до затвердевания. Позже, когда остатки летучих были дегазированы, кора Луны, очевидно, уплотнилась и приобрела современные значения.

Источник финансирования. Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 17–17–01279).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Williams J.G., et al. Lunar Interior Properties from the GRAIL Mission // J. Geophys. Res. Planets. 2014. V. 119. P. 1546–1578.
2. Жарков В.Н., Паньков В.Л., Калачников А.А., Оснач А.И. Введение в физику Луны. М.: Наука, 1969. 312 с.
3. Mazarico E. Detection of the Lunar Body Tide by the Lunar Orbiter Laser Altimeter // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. P. 2282–2288.
4. Zhong S., Zuber M.T. Long-Wavelength Topographic Relaxation for Selfgravitating Planets and Implications for the Time-dependent Compensation of Surface Topography // J. Geophys. Res. 2000. V. 105 (E2). P. 4153–4164.
5. Wahr J. Modeling Stresses on Satellites due to Non-synchronous Rotation and Orbital Eccentricity Using Gravitational Potential Theory // Icarus. 2009. V. 200. № 1. P. 188–206.
6. Мельхиор П. Физика и динамика планет. М.: Мир, 1976. Ч. 2. 483 с.
7. Назаров М.А., Тарасов Л.С., Шевалевский И.Д. Минералогия материкового реголита (“Луна-20”). В кн.: Грунт из материкового района Луны. М.: Наука, 1979. С. 226–266.
8. Grange M.L. Complex Magmatic and Impact History Prior to 4.1 Ga Recorded in Zircon from Apollo 17 South Massif Aphanitic Breccia 73235 // Geochim. et Cosmochim. Acta. 2011. V. 75. P. 2213–2232.
9. Кадик А.А., Луканин О.А. Дегазация верхней мантии при плавлении. М.: Наука, 1986. 95 с.
10. Wieczorek M.A. The Crust of the Moon as Seen by GRAIL // Science. 2013. V. 339. P. 671–675.

FEATURES OF THE FOSSIL TIDAL BULGE FORMATION FOR THE EARLY MOON

S. A. Voropaev, A. Yu. Dnestrovskii, Academician of the RAS M. Ya. Marov

Received July 27, 2018

The limitations imposed on the orbit and the distribution of the density of the early Moon by present-day measurements of its fossil tidal bulge are studied. A semi-analytical method has been developed for calculating gravitational potentials, which makes it possible to investigate the equi-potential surfaces of a self-gravitating inhomogeneous mass in an external field. Universal expressions are obtained for the two-layer mantle–crust model of the early Moon, which makes it possible to make general estimates of the density of the upper crust and semi-axes of its orbit in the case of tidal capture by the Earth.

Keywords: Moon, Earth, orbital evolution, tidal interaction, crust–mantle differentiation.