ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2019, том 486, № 1, с. 30–33

ФИЗИКА

УДК 532.59

ВОЛНОВОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В СИСТЕМЕ ПОДВИЖНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ

Академик РАН Р. Ф. Ганиев[1], Д. Л. Ревизников[1,2], Т. Ю. Сухарев[1,2,*], Л. Е. Украинский[1]

Поступило 24.10.2018 г.

Представлены результаты компьютерного моделирования перемешивания в системе подвижных коаксиальных цилиндров. Получены детальные пространственно-временные картины протекающих процессов и определены основные структуры в поле течения. На основе анализа особых точек векторного поля скоростей жидкости предложен способ профилирования ротора. Введены числа подобия, использование которых позволяет осуществить переход от лабораторных стендовых установок к реальным производственным аппаратам.

Ключевые слова: волновое перемешивание, уравнения Навье–Стокса, численное моделирование, разрывный протокол, особые точки, критерии подобия.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-5652486130-33

ВВЕДЕНИЕ

Создание новых подходов в области перемешивания жидкостей является важным фактором развития волновых технологий [1]. Значительную роль в данном направлении играет численное моделирование. В работах авторов [2–4] на основе вычислительных экспериментов созданы основы для анализа режимов работы перемешивающих устройств колебательного типа и предложены подходы к оптимальному размещению рабочих элементов. Рассмотрение задачи с точки зрения теории хаоса в динамических системах и деформаций векторных полей позволяет проанализировать проблему с более общей точки зрения. Важные результаты в этом направлении представлены в работе [5], где перенос заданным потоком пассивной частицы-маркера примеси в лагранжевом представлении определяет динамическую систему, что позволяет использовать для анализа соответствующий математический аппарат. В работе [6] исследовано течение жидкости с низким числом Рейнольдса в прямоугольной каверне с подвижными дном и крышкой. Было отмечено, что наличие гиперболических точек приводит к более эффективному смешению жидкостей. Подробный анализ течения показал, что, несмотря на относительно простое гидродинамическое поле, примесь может вести себя сложным образом, проходя этапы: рождения, бифуркаций и гибели зон с отсутствием перемешивания — “островов”; формирования и периодического движения когерентных структур. В работе [7] с применением элементов аппарата теории Колмогорова–Арнольда–Мозера (КАМ) [8] рассмотрен вопрос о перемешивании в трёхмерных проточных трактах. Было показано, что в процессе перемешивания образуются ориентированные трубки в жидкости, соответствующие кривым КАМ, которые являются инвариантными поверхностями и не могут пересекаться частицами примеси.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей работе исследуется перемешивание в системе подвижных коаксиальных цилиндров. Математическая модель подробно описана в [2–4]. Моделирование течения несущей фазы производится путём решения двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right), \qquad (1)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,$$

[1]Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской Академии наук, Москва

[2]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

*E-mail: timur.suxarev@yandex.ru

где x, y — координаты; ρ — плотность жидкости; P — давление; μ — динамическая вязкость; u, v — компоненты скорости в направлениях x, y соответственно, t — время. В начальный момент времени в расчётную область помещается некоторый объём примеси. Движение частиц примеси описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (лагранжев подход):

$$\frac{dX}{dt} = u(t, X, Y), \; \frac{dY}{dt} = v(t, X, Y). \qquad (2)$$

Здесь $u(t, X, Y)$, $v(t, X, Y)$ – поля скоростей, полученные из решения системы уравнений (1). Таким образом, рассматривается безынерционная примесь. Для расчёта эволюции примеси применяется маркерный метод [4].

На рис. 1, 2 представлен вид расчётной области. Внешняя стенка (статор) представляет из себя цилиндр радиуса R_w. Минимальная величина зазора между внутренней стенкой (ротором) и статором равна H. В качестве рабочей жидкости рассматривается глицерин при стандартных условиях. Угловые скорости рабочих элементов (ротора и статора) равны по модулю и противоположны по направлению: $|\omega_r| = |\omega_w| = \omega.$ Первым движение начинает ротор. Управление подвижными элементами осуществляется по разрывному протоколу (3) с периодом T (смена движения происходит мгновенно). В начальный момент времени в расчётную область круглым пятном небольшого радиуса помещается объём примеси в центре каждого квадранта:

$$\omega_r(t) = \begin{cases} -\omega, \; kT < t \le T(k+1/2), \\ 0, \; (k+1/2)T < t \le T(k+1), \end{cases}$$
$$\omega_w(t) = \begin{cases} 0, \; kT < t \le T(k+1/2), \\ \omega, \; (k+1/2)T < t \le T(k+1), \end{cases} \qquad (3)$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Вначале рассмотрим форму ротора в виде крестовины (рис. 1 и 2 сверху). На рис. 1 показано сверху положение частиц примеси через равные периоды времени. Видно, что данный тип устройства имеет высокий перемешивающий потенциал. Разберём подробнее способствующие этому механизмы. Для этого в разные промежутки времени будем визуализировать поле течения траекториями меченых частиц (pathlines) (рис. 2). Структуры в жидкости в основном являются эллиптическими точками (образуют “островки” на рис. 2). По отдельности они окружены инвариантными кривыми, которые совершают поступательные и вращательные движения, сохраняя свою идентичность. Таким образом, не возникает обмена массой между слоями жидкости. Однако взаимодействие двух эллиптических точек порождает гиперболическую, в окрестности которой происходят сжатие и растяжение примеси, вытягивание её в нить (см. рис. 1). Наличие системы таких гиперболических точек и приводит к эффективному перемешиванию.

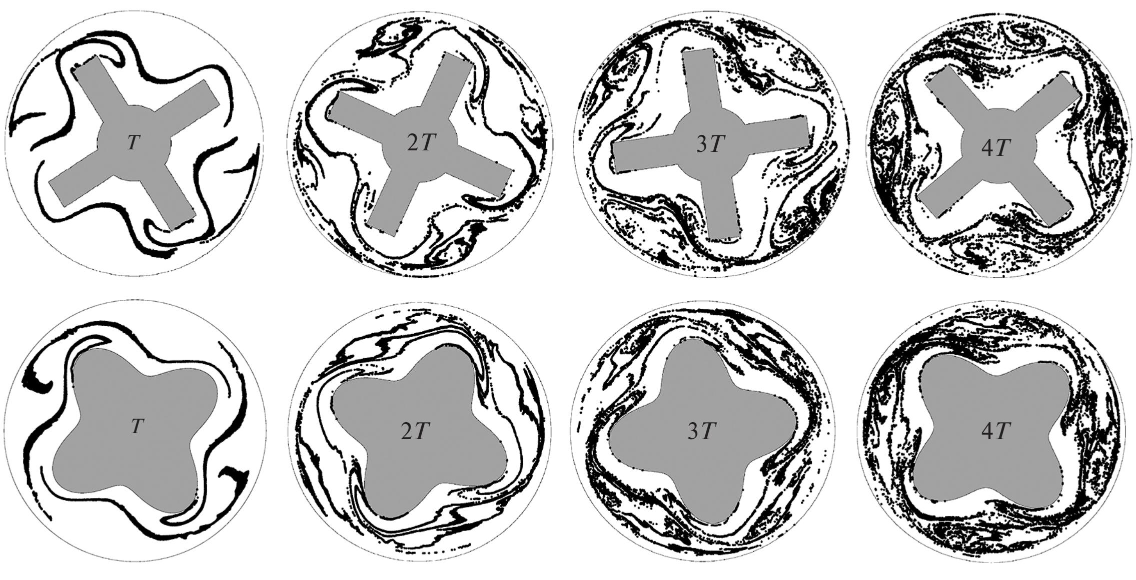

Рис. 1. Положение частиц в пространстве в моменты времени, кратные периоду. Сверху: форма ротора до профилирования; снизу: результат профилирования.

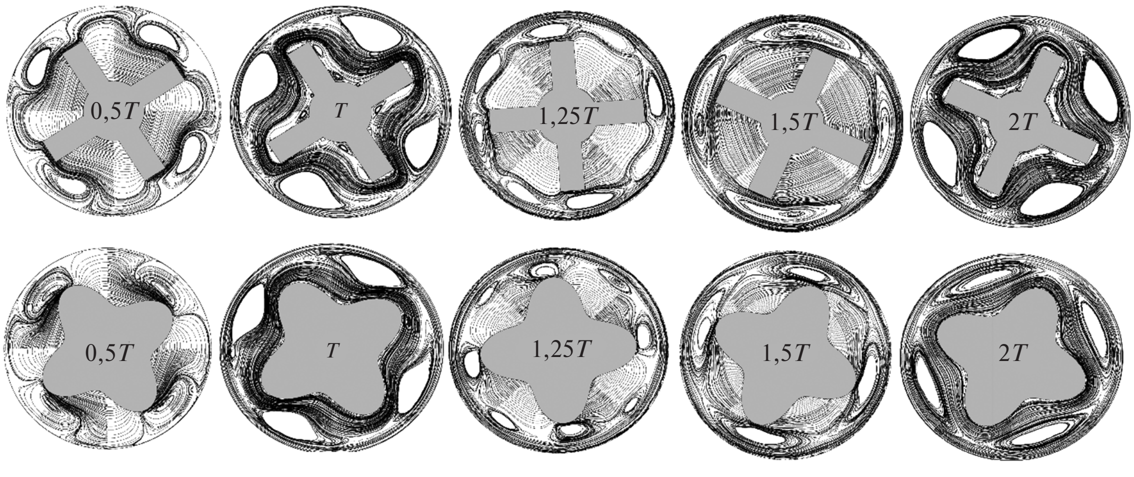

Рис. 2. Траектории меченых частиц в моменты времени: 0,5T; T; 1,25T; 1,5T; 2T. Сверху: форма ротора до профилирования; снизу: результат профилирования.

На рис. 2 подробно показана сверху система особых точек, которая возникает в рассматриваемом случае. В начале процесса (период времени 0–0,5T) возникают изолированные эллиптические точки. После этого на временном интервале 0,5T — T появляется устойчивая структура из четырёх взаимодействующих эллиптических точек, которые, в свою очередь, порождают 4 гиперболические точки. Далее в момент времени, лежащий в интервале с T по 1,1T, происходит бифуркация, в результате количество-эллиптических и гиперболических особых точек удваивается. Данная структура не является устойчивой. Поэтому к моменту времени 1,5T происходит слияние двух пар эллиптических точек, при этом уничтожается одна гиперболическая точка. Новообразованные структуры незначительно смещаются и остаются в новом положении на протяжении времени 1,5T — 2T. После чего процесс повторяется с периодом T, как в моменты времени T — 2T. Стоит отметить важную роль бифуркаций на отрезке T — 1,5T, так как они способствуют хаотизации системы, особенно на больших интервалах времени работы установки.

Наблюдаемые на рис. 2 картины сверху похожи на те, которые имеют место при рассмотрении в гамильтоновой механике фазовых портретов систем, близких к интегрируемым, при нелинейных резонансах [9]. Проводя аналогию, можно сказать, что наблюдаемая в вычислительном эксперименте система из гиперболических точек образует гетероклиническое сплетение сепаратрис (“гирлянды” сепаратрис). Небольшое возмущение такой системы приводит к сложному расщеплению сепаратрис, что вызывает хаотическое движение примеси и благоприятствует интенсивному перемешиванию. Несмотря на высокий перемешивающий потенциал устройства, в конце каждого периода вблизи ротора возникает система из мелких эллиптических точек малой интенсивности (см. рис. 2), что приводит к формированию застойной зоны. При этом данная картина топологически похожа на ту, которая возникает в нелинейных системах с малым возмущением вблизи резонанса [9]. Если придерживаться такой логики, то поверхность, которая образуется сгущением траекторий меченых частиц, будет КАМ-поверхностью, и частицы примеси не смогут её пересечь [7]. Таким образом, наиболее простой способ избавиться от застойной зоны состоит в профилировании ротора формой, которая определяет КАМ-поверхность, как на рис. 2, в момент времени, кратный периоду. С этой целью, а также с точки зрения простоты конструирования форма ротора была аппроксимирована следующейзависимостью в полярной системе координат (R, φ):

$$R_r(\varphi) = 1,0 + 0,25\cos(4\varphi). \quad (4)$$

Геометрическая область теперь выглядит, как на рис. 1 и 2 снизу. Как видно из представленных результатов, такое профилирование никак не отразилось на динамике особых точек, но при этом удалось существенно сократить площадь застойных зон без образования новых (рис. 1 сверху). Добиться их полного отсутствия при такой новой форме ротора, как показали расчёты, возможно через подбор определённого периода и угловой скорости подвижных элементов установки.

Далее рассмотрим вопрос масштабирования перемешивающих устройств данного типа. Введём два безразмерных параметра: число Рейнольдса Re и число Струхаля St, определяемые следующим образом:

$$\mathrm{Re} = \frac{|u|}{\nu}\left(\frac{H^2}{W}\right), \qquad \mathrm{St} = \frac{1}{T|u|}\left(\frac{H^2}{W}\right). \tag{5}$$

Здесь $u = \omega R_w$ — линейная скорость статора, $\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость; H — минимальная величина зазора между ротором и статором, $W = 2\pi R_w$ — линейный размер статора. Результаты вычислительных экспериментов свидетельствуют о наличии физического подобия [10], определяемого выражениями (5).

Таким образом, компьютерное моделирование перемешивания в системе подвижных коаксиальных цилиндров позволило в деталях проследить ход протекающих процессов и определить основные структуры в поле течения. На основе анализа особых точек векторного поля скоростей жидкости предложен способ профилирования ротора. Кроме того, введены параметры подобия, использование которых позволяет осуществить переход от лабораторных стендовых установок к реальным производственным аппаратам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е.* Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий. М.; Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2011. 780 с.
2. *Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е.* Волновое перемешивание в установках колебательного типа // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2017. № 3. С. 5–10.
3. *Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е.* Оптимизация пространственного расположения рабочих элементов в установках колебательного типа // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2018. № 1. С. 3–8.
4. *Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Украинский Л.Е.* Волновое перемешивание // Нелинейная динамика. 2008. Т. 4. № 4. С. 483–496.
5. *Aref H.* Stirring by Chaotic Advection // J. Fluid Mech. 1984. V. 143. P. 1–21.
6. *Ottino J.M.* The Mixing of Fluids // Sci. Amer. 1989. V. 260. № 1. P. 56–67.
7. *Kusch H., Ottino J.* Experiments on Mixing in Continuous Chaotic Flows // J. Fluid Mech. 1992. V. 236. P. 319–348.
8. *Арнольд В. И., Авец А.* Эргодические проблемы классической механики. М.; Ижевск: Ижев. респ. типография, 1999. 284 с.
9. *Лоскутов А. Ю.* Динамический хаос. Системы классической механики // УФН. 2007. Т. 177. № 9. С. 989–1015.
10. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1981. 440 с.

WAVE MIXING IN A SYSTEM OF MOVING COAXIAL CYLINDERS

Academician of the RAS R. F. Ganiev[1], D. L. Reviznikov[1,2], T. Yu. Sukharev[1,2], L. E. Ukrainskii[1]

[1]*Institute of Machines Sciense named after A.A. Blagonravov of the Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation*

[2]*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*

Received October 24, 2018

The results of computer simulation of mixing in a system of moving coaxial cylinders are presented. Detailed spatial-temporal pictures of the processes occurring were obtained and the main structures in the flow field were determined. Based on the analysis of the singular points of the vector velocity field of the liquid, a method for profiling the rotor is proposed. Introduced dimensionless quantities, the use of which allows the transition from laboratory bench installations to real production devices.

Keywords: wave mixing, Navier–Stokes equations, numerical modeling, discontinuous protocol, singular points, dimensionless quantities.