

УДК 517, 517.9, 536

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И НЕРАВНОВЕСНЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Е. В. Радкевич<sup>1,\*</sup>, Е. А. Лукашев<sup>2,\*\*</sup>, О. А. Васильева<sup>3,\*\*\*</sup>

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 29.11.2018 г.

Поступило 20.02.2019 г.

Для ламинарно-турбулентного перехода построена модель реконструкции начальной стадии неустойчивости как неравновесного фазового перехода, механизмом которого является диффузионное расслоение. Показано, что свободная энергия Гиббса отклонения от однородного состояния (относительно рассматриваемой неустойчивости) есть аналог потенциала Гинзбурга–Ландау. Проведены численные эксперименты самовозбуждения однородного состояния управлением краевым условием возрастания скорости. Под внешним воздействием (возрастание скорости) наблюдается переход к хаосу через бифуркации удвоения периода подобно каскаду удвоений периода Фейгенбаума [13].

*Ключевые слова:* ламинарно-турбулентный переход, неравновесный фазовый переход, диффузионное расслоение, хаотизация процесса

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524865537-542>

### ВВЕДЕНИЕ

Интерес к проблеме гидродинамической неустойчивости подстёгивает необходимость решения многих фундаментальных и прикладных задач [1–3]. Однако, как правило, речь идёт о развитой турбулентности, хотя известно, что большую информацию несут механизмы возникновения какого-либо явления (для турбулентности это прямо отмечено в [4]). Изучение механизмов перестройки структуры является многоплановой и поэтапной задачей, а первым шагом на этом пути всегда ставится задача термодинамического (энергетического) рассмотрения. Перестройка структуры течения, например, в форме ламинарно-турбулентного перехода или зарождения конвективной неустойчивости Рэлея–Бенара в рамках термодинамического подхода, связана прежде всего с избыточной энергией системы и происходит как неравновесный процесс. Этот процесс приводит к формированию некоторой упорядоченности, называемой диссипативной структурой [5], которая

при своём развитии может потерять устойчивость с формированием в последующем другой структуры. Этот каскадный процесс наблюдается при развитии неустойчивости конвективных течений [6]. Если в инженерных приложениях математические модели стационарного турбулентного течения дают определённый результат при проведении расчётных исследований, то в случае геофизической гидродинамики используются такие понятия, как накачка, энтрофия и др. [7], позволяющие отразить нестационарный характер турбулентного течения. В связи с этим особое значение (и не только из-за прикладной значимости) приобретает моделирование ламинарно-турбулентного перехода, поскольку именно в ходе него формируются различные промежуточные структуры, только впоследствии дающие развитое турбулентное течение [8]. Сообщение посвящено построению модели реконструкции начальной стадии ламинарно-турбулентного перехода как неравновесного фазового перехода, механизмом которого является диффузионное расслоение.

Гидродинамический потенциал (случай адиабатического процесса). Под адиабатическим гидродинамическим процессом в данном случае понимается процесс, который не имеет источников и стоков теплоты, т.е. теплота не участвует в формировании хаотической вихревой структуры потока (“механизм Крокко”) и вихревая структура путём диссипации не даёт вклада в теплоту

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup>Федеральное казенное предприятие «Научно-исследовательский институт “Геодезия”», Красноармейск Московской обл.

<sup>3</sup>Московский государственный строительный университет

\*E-mail: [evrad07@gmail.com](mailto:evrad07@gmail.com)

\*\*E-mail: [elukashov@yandex.ru](mailto:elukashov@yandex.ru)

\*\*\*E-mail: [vasiljeva.ovas@yandex.ru](mailto:vasiljeva.ovas@yandex.ru)

потока (“механизм Ричардсона”). Эти механизмы в последующем будут отражены, но на данном этапе они в явном виде не присутствуют. Глобально термодинамическая система “движущийся поток” до начала развития турбулентности может быть охарактеризована кинетической энергией ламинарного потока  $\frac{1}{2}U^2$ . Для неоднородного ламинарного потока, имеющего скорость  $w$  и относительную локальную скорость  $u = w - U$ , кинетическая энергия  $W = \frac{1}{2}u^2$  представляет локальную гидродинамическую составляющую “полной внутренней энергии”. Переход к турбулентности отвечает избыточной кинетической энергии ламинарного потока  $\frac{1}{2}U^2$ . Глобальную неоднородность системы можно характеризовать как неоднородное распределение энтальпии по потоку

$$(\gamma - 1)\varrho dW - \varrho PdV = d\left((\gamma - 1)\varrho W + \frac{P_0}{\varrho_0}(\varrho - \varrho_0)\right) + \frac{1}{\varrho}\left(P - (\gamma - 1)\varrho W - \frac{P_0}{\varrho_0}\varrho\right)d\varrho, \quad (1)$$

$\varrho_0 = \text{const}$ ,  $P_0 = \text{const}$  — плотность и давление возмущаемого однородного потока. Здесь  $U$  и  $\varrho$  — скорость и плотность ламинарного потока. Отсюда в фазовом пространстве переменных  $(\varrho, U, P, W)$  на многообразии локального равновесия  $M_{\text{eq}}$ , определяемом уравнением состояния

$$P = (\gamma - 1)\varrho W + \frac{P_0}{\varrho_0}\varrho, \quad (2)$$

линейная часть приращения энтальпии есть полный дифференциал. Теперь отметим, что в адиабатическом процессе работа затрачивается на увеличение внутренней энергии рабочего тела,  $W = c_v(T - T_0)$ . Одна из форм уравнения адиабатического процесса

$$\frac{P}{\varrho^\gamma} = \frac{P_0}{\varrho_0^\gamma} = \text{const} \quad \left( \frac{P^{1/\gamma}}{P_0^{1/\gamma}} = \frac{\varrho}{\varrho_0}; \frac{P}{P_0} = \frac{\varrho^\gamma}{\varrho_0^\gamma} \right),$$

$\gamma$  — показатель адиабаты,  $\varrho_0, P_0, T_0$  — параметры однородного потока. Кроме того, уравнение состояния идеального (совершенного) газа

$$\frac{P}{\varrho} = RT, \quad R = c_p - c_v, \quad \frac{c_p - c_v}{c_v} = \gamma - 1, \quad \frac{c_v}{R} = \frac{1}{\gamma - 1},$$

$R$  — универсальная газовая постоянная. Эти соотношения позволяют записать

$$T = \frac{1}{R} \cdot \frac{P}{\varrho},$$

$$W = \frac{c_v}{R} \left( \frac{P}{\varrho} - \frac{P_0}{\varrho_0} \right) = \frac{1}{(\gamma - 1)\varrho} \left( P - \frac{P_0}{\varrho_0}\varrho \right), \quad (3)$$

а уравнение для адиабатического процесса может быть представлено в виде

$$P = (\gamma - 1)\varrho W + \frac{P_0}{\varrho_0}\varrho, \quad (4)$$

что совпадает с (2). Таким образом, на адиабате  $M_{\text{eq}}$  определена функция

$$H_R = (\gamma - 1)\varrho W + \frac{P_0}{\varrho_0}(\varrho - \varrho_0),$$

которая является приращением энтальпии на адиабате.

Адиабатическое замыкание системы Эйлера. Для конструирования фазового перехода мы прежде всего должны построить аналог потенциала Ландау–Гинзбурга (удельную свободную энергию Гиббса). Ниже мы исследуем возможность распространения теории неравновесных фазовых переходов в форме теории спиноподобного распада Кана–Хилларда на ламинарно-турбулентный переход. Построение опирается на классическую модель механики сплошной среды для случая адиабатического процесса (адиабатическое замыкание системы Эйлера)

$$\frac{d}{dt}\varrho + \varrho \text{div}_x U = 0, \quad \varrho \frac{d}{dt}U + \nabla_x P = g\varrho e_1, \quad (5)$$

$$\varrho \frac{d}{dt}W + P \text{div}_x U = 0,$$

с замыкающим уравнением (4), где  $g$  — гравитационная постоянная,  $e_1 = (1, 0, 0)$ . Для простоты влияние гравитации мы учли только в динамике, в системе уравнений Эйлера (5), энергетически, при расчёте приращения энтальпии (1), учитывая только гидродинамическую составляющую. В безразмерных переменных

$$x = \frac{\tilde{x}}{L_0}, \quad t = \frac{\tilde{t}}{t_0}, \quad U = \frac{\tilde{U}}{U_0}, \quad (6)$$

$$W = \frac{\tilde{W}}{U_0^2} \left( L_0 = t_0 U_0, \quad P_0 = \varrho_0 U_0^2 \right)$$

с согласованными параметрами однородной среды  $P_0 = \rho_0 W_0 = \rho_0 U_0^2$ ,  $W_0 = U_0^2$ ,  $T_0 = \frac{P_0}{R\rho_0}$ , система уравнений (5), (4) принимает вид

$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho} + \tilde{\rho} \operatorname{div}_{\tilde{x}} \tilde{U} = 0, \quad \tilde{\rho} \frac{d}{dt} \tilde{U} + \nabla_{\tilde{x}} \tilde{P} = \tilde{\rho} \tilde{\varepsilon}_g e_1, \quad (7)$$

$$\tilde{\rho} \frac{d}{dt} \tilde{W} + \tilde{P} \operatorname{div}_{\tilde{x}} \tilde{U} = 0, \quad \tilde{P} = (\gamma - 1) \tilde{\rho} \tilde{W} + \tilde{\rho}, \quad \tilde{T} = \frac{1}{R} \frac{\tilde{P}}{\tilde{\rho}},$$

где  $\rho \frac{d}{dt} F = \partial_t F + (\tilde{U} \cdot \partial_{\tilde{x}} F)$ ,  $e_1 = (1, 0, 0)$ ,  $g = \tilde{\varepsilon}_g \frac{U_0^2}{L_0}$ .

Параметр накачки. Мы выделили в фазовом пространстве многообразие  $M_{eq}$  (адиабату) и соответствующее ему замыкание системы Эйлера, описывающее адиабатический процесс (ламинарное течение). Вопрос в том, можно ли на энергетическом уровне, термодинамическим анализом, определить момент и механизм зарождения турбулентности (момент срыва с адиабаты, момент деградации ламинарного потока)? Как зарождается ламинарно-турбулентный переход в выделенном нами адиабатическом процессе?

Как мы отмечали выше, ламинарно-турбулентный переход наступает при увеличении скорости потока. Кинетическая энергия  $\frac{1}{2} \rho U^2$  является энергией деградации ламинарного течения. Введём два параметра, характеризующих ламинарно-турбулентный переход. Мерой деградации ламинарного потока можно считать изменение энтальпии адиабаты на единицу энергии деградации

$$h(\xi, v_R) = \frac{H_R}{\frac{1}{2} \rho U^2} = (\gamma - 1) \xi^2 + v_R.$$

По аналогии с параметром порядка [9, 10], введём параметр накачки:  $\xi^2 = \frac{2W}{U^2}$ , если использовать “лазерную” терминологию [9], и параметр турбулизации  $v_R = \frac{2(\tilde{\rho} - 1)}{\tilde{\rho} \tilde{U}^2}$ , аналог числа Рейнольдса, порождаемый сжимаемостью.

Феноменологическое определение энтальпии и энтропии. Увеличение энтропии системы при переходе от ламинарного состояния

к турбулентному представим в форме энтропии смешения удельных объёмов (полостчатости слоёв), имеющих разные значения гидродинамической составляющей энтальпии и составляющей энтропии, обусловленной сжимаемостью. За меру полостчатости можно взять меру  $h(\xi, v_R)$  деградации ламинарного потока. Тогда как для совершенной смеси энтропия

$$s(\xi, v_R) = -(h(\xi, v_R) \ln(h(\xi, v_R)) - (1 - h(\xi, v_R)) \ln(1 - h(\xi, v_R))). \quad (8)$$

Распределение  $h(\xi, v_R) = (\gamma - 1) \xi^2 + v_R$  представляет собой меру избыточности энтальпии неоднородной термодинамической системы по отношению к однородной. Назовём  $h(\xi, v_R)$  и  $s(\xi, v_R)$  — энтальпией и энтропией ламинарно-турбулентного перехода (турбулизации) соответственно. Свободную энергию Гиббса турбулизации зададим в форме уравнения Гиббса–Гельмгольца  $\Delta G = \Delta H - T \Delta S$ , где роль интенсивной переменной  $T$  играет параметр  $\alpha(v_R) h(\xi, v_R)$  (аналог температуры), отражающий связь между “температурой” и энтальпией, обусловленный энергоёмкостью среды (аналог теплоёмкости). Положим

$$g(\xi) = h(\xi, v_R) - \alpha(v_R) h(\xi, v_R) s(\xi, v_R). \quad (9)$$

Как мы покажем ниже, условие возбуждения турбулентности имеет вид  $v_R \ll 1$ . Следует заметить, что  $v_R \rightarrow 0$ , чем больше  $U^2$ , тем более развитой является турбулентность ( $v_R$  — аналог числа Рейнольдса). Отметим, что потенциал  $g(\xi)$  по переменной  $\xi$  для достаточно большого  $\alpha$  (при фиксированном  $v_R$ ) имеет три минимума  $\xi_{\pm}$  и  $\xi = 0$ . С физической точки зрения нас интересует только интервал лабильности ( $\xi \in (\xi_l, \xi_r)$ ), где  $\xi_l < \xi_r$  — координаты точек касания опорной касательной к графику потенциала на интервале  $\left(-\delta, \sqrt{\frac{1-v_R}{\gamma-1}}\right)$ ,  $\delta > 0$ ,  $\delta$  — достаточно мало.

Это позволяет скорректировать потенциал  $g(\xi)$  свободной энергии Гиббса, продолжив его выпукло на интервал  $\left(-\sqrt{\frac{1-v_R}{\gamma-1}}, \xi_l\right)$ , так что опорная касательная к графику потенциала на интервале  $\left(-\delta, \sqrt{\frac{1-v_R}{\gamma-1}}\right)$ ,  $\delta > 0$ , останется опорной касательной

на всём интервале  $\left(-\sqrt{\frac{1-v_R}{\gamma-1}}, \sqrt{\frac{1-v_R}{\gamma-1}}\right)$  (подробнее см. в [11]). На рис. 1 приведены графики результирующего потенциала  $\hat{g}_B(\xi, v_B)$ .

К построению модели ламинарно-турбулентного перехода, как неравновесного фазового перехода. Приведённое выше построение иллюстрирует тот факт, что термодинамический метод позволяет установить принципиальные возможности эволюции системы (в данном случае стремление к расслоению на “турбулентную” и “нетурбулентную” жидкости). Следует отметить, что использованный термодинамический анализ может только обозначить тенденции развития процесса (принципиальную возможность реализации) — выбор траектории эволюции системы, но не скорость этого процесса. Но в то же время этот анализ позволяет заключить, что в потоке существуют области устойчивости ламинарного течения, а также метастабильные и лабильные области, где ламинарное течение неустойчиво. Это не означает, что в области устойчивости не будут наблюдаться признаки турбулентности при её развитии состоянии; просто в этих областях диффузия возмущений будет их размывать, тогда как в областях неустойчивости процесс “отрицательной” (кановской) диффузии будет их концентрировать. Можно предположить, что области неустойчивости гомогенной системы являются источниками возмущений, а области устойчивости — стоками. Все эти предположения мы проверим численным экспериментом путём расчётов с использованием математической модели, построенной ниже, включающей кроме уравнений гидродинамики (5) (первоначально в самой простой форме) математическую модель неравновесного фазового перехода, сформулированную в терминах теории спиноподобного распада Кана–Хилларда [14]. Как мы указали выше, построение модели ламинарно-турбулентного перехода опирается на классическую модель (7) механики сплошной среды для адиабатического процесса. Переходя к переменным  $(\tilde{\varrho}, \tilde{U}, \xi)$ , сделав подстановку  $\tilde{W} = \frac{1}{2}\tilde{U}^2\xi^2$ , получим следующую систему:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{\varrho} + \tilde{\varrho} \operatorname{div}_{\tilde{x}}\tilde{U} &= 0, \\ \frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{U} + \frac{1}{\tilde{\varrho}}\nabla_{\tilde{x}}\tilde{P} &= \tilde{\varepsilon}_g e_1, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tilde{t}}\xi + \tilde{\varepsilon}_R\xi \frac{(\tilde{U}, e_1)}{|\tilde{U}|^2} - \frac{\xi}{\tilde{\varrho}|\tilde{U}|^2}(\tilde{U}, \nabla_{\tilde{x}}\tilde{P}) + \\ + \frac{\tilde{P}}{\xi\tilde{\varrho}|\tilde{U}|^2} \operatorname{div}_{\tilde{x}}\tilde{U} = 0. \end{aligned}$$

Теперь в правой части первого и второго уравнений (10) введём вязкость; в третьем уравнении (10) введём реализацию диффузионного расслоения в форме модификации оператора Кана–Хилларда, приспособленную к ламинарно-турбулентному переходу. В безразмерных переменных  $\tilde{\varrho}, \tilde{U}, \tilde{T}, \xi$  система переписывается в виде

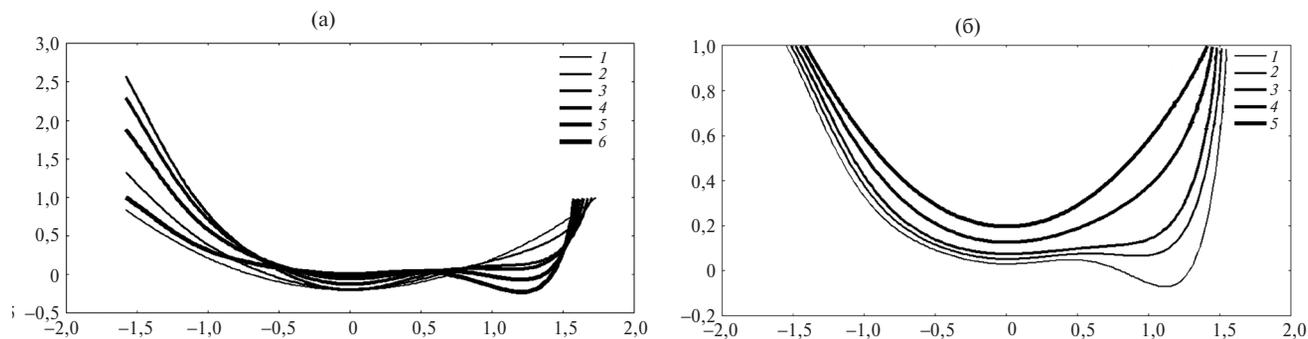
$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{\varrho} + \tilde{\varrho} \operatorname{div}_{\tilde{x}}\tilde{U} &= \tilde{\varepsilon}\Delta_{\tilde{x}}\tilde{\varrho}, \\ \frac{d}{d\tilde{t}}\tilde{U} + \frac{1}{\tilde{\varrho}}\nabla_{\tilde{x}}\tilde{P} &= \tilde{\varepsilon}_g e_1 + \tilde{\varepsilon}\Delta_{\tilde{x}}\tilde{U}, \\ \frac{d}{d\tilde{t}}\xi + \tilde{\varepsilon}_g\xi \frac{(\tilde{U}, e_1)}{\tilde{U}^2} - \frac{\xi}{\tilde{\varrho}\tilde{U}^2}(\tilde{U}, \nabla_{\tilde{x}}\tilde{P}) + \frac{\tilde{P}}{\xi\tilde{\varrho}\tilde{U}^2} \operatorname{div}_{\tilde{x}}\tilde{U} &= \\ = \sum_{j=1}^n \partial_{\tilde{x}_j} \left[ \frac{\tilde{D}}{\tilde{T}} \partial_{\tilde{x}_j} (\tilde{U}^2 \tilde{\varrho}_\xi(\xi, v_R)) - \tilde{\varepsilon}^2 \Delta_{\tilde{x}} \xi \right], \\ \tilde{P} &= \frac{1}{2}(\gamma-1)\tilde{\varrho}\tilde{U}^2\xi^2 + \tilde{\varrho}, \quad \tilde{T} = \frac{1}{R} \frac{\tilde{P}}{\tilde{\varrho}}, \\ v_R &= \frac{2(\tilde{\varrho}-1)}{\tilde{\varrho}\tilde{U}^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{\operatorname{Re}^0}$ ,  $\operatorname{Re}^0 = \frac{L_0 U_0}{\varepsilon}$  — число Рейнольдса однородного потока,  $\varepsilon$  — динамическая вязкость среды,  $\tilde{D} = \frac{D}{L_0 |U_0|}$ ,  $D$  — коэффициент подвижности (см. [12]),  $\tilde{\varepsilon}_R = \frac{gL_0}{U_0^2}$ ,  $g$  — гравитационная постоянная. Согласно Ландау–Гинзбургу, химический потенциал

$$\mu = \tilde{U}^2 \partial_\xi (h(\xi, v_R) - \alpha(v_R)h(\xi, v_R)s(\xi, v_R)) - \tilde{\varepsilon}^2 \Delta_{\tilde{x}} \xi.$$

Как видим, предельная ситуация  $\xi = 0$  соответствует несжимаемому  $\operatorname{div} \tilde{U} = 0$  потоку. Параметр накачки  $\xi$  есть внутренний параметр ламинарно-турбулентного перехода. По этому параметру мы провели основную нашу гипотезу, что механизмом ламинарно-турбулентного перехода является диффузионное расслоение. Если в третьем уравнении вернуться к первоначальным переменным  $\tilde{\varrho}, \tilde{U}, \tilde{T}, \tilde{W}$ , справа получим оператор накачки внутренней энергии.

Численный эксперимент (одномерная модель). В численном эксперименте (случай одной пространственной переменной) на интервале  $x \in (0, 1)$  для  $\tilde{\varepsilon} = 0,005$  мы рассмотрим возмущение однородного потока управлением краевым условием,



**Рис. 1.** Потенциал в форме свободной энергии  $\hat{g}(\xi, v_B)$ : для  $v_B = -0,2$  (1);  $-0,16$  (2);  $-0,12$  (3);  $-0,08$  (4);  $-0,04$  (5); 0 (6); Потенциал в форме свободной энергии  $\hat{g}(\xi, v_B)$ : для  $v_B = 0,04$  (1);  $0,08$  (2);  $0,12$  (3);  $0,16$  (4);  $0,2$  (5).

порождающим самовозбуждение турбулизации. Приведём численный эксперимент смешанной задачи для одномерной системы (11) с граничными условиями

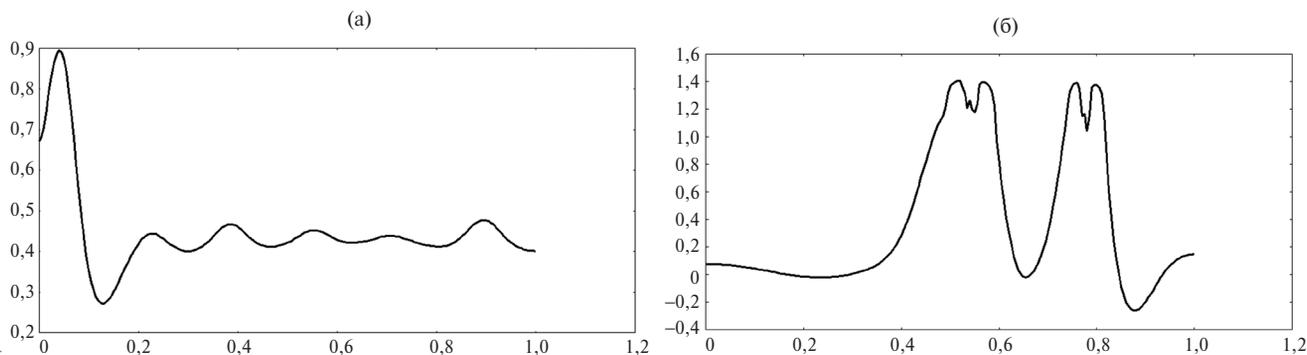
$$\begin{aligned} \partial_x \xi|_{x=0} = \partial_x \xi|_{x=1} = 0, \quad \partial_x \mu|_{x=0} = \partial_x \mu|_{x=1} = 0, \\ \bar{\varrho}|_{x=0} = \bar{\varrho}|_{x=1} = \varrho_0^0, \end{aligned} \quad (13)$$

при однородных начальных данных  $\xi|_{t=0} = \xi_0^0$ ,  $\varrho|_{t=0} = \varrho_0^0$ ,  $U|_{t=0} = U_0^0$ , где  $\xi_0^0, \varrho_0^0, U_0^0, V$  — константы. Возмущение однородного начального состояния мы определяем управлением скоростью и начальными данными  $\xi_0^0$  из ядра зоны лабильности.

1. Выберем следующие начальные значения  $\bar{\varepsilon}_R = 5$ ,  $\xi^0 = 0,45$ ,  $\varrho_0^0 = 0,9914$ ,  $U_0^0 = 0,66$ ,  $T_0^0 = 1,02$ ,  $V = 10$ , что соответствует  $v_R|_{t=0} < 0$ , т.е.  $\varrho_0^0 < 1$  в силу (12). В этом случае мы рассмотрим самовозбуждение гомогенного потока управлением скоростью слева  $\tilde{U}|_{x=0} = U_0^0(1+Vt)$ ,  $\tilde{U}|_{x=1} = U_0^0$ . Таким образом, в начальный момент мы рассматриваем разряженную и ускоренную относительно первоначальной гомогенную среду. Такое сочетание начально-краевых условий можно интерпретировать как одномерную проекцию процессов в сопле.

В этом случае для одномерной модели при возрастании скорости на входе сопла самовозбуждается регулярная структура (полостчатость), которая достаточно быстро деградирует под действием возникающей хаотизации процесса (подобно каскаду удвоений периода Фейгенбаума [13]). Более того, слабо  $\xi \rightarrow 0$ ,  $\bar{P} - \bar{\varrho} \rightarrow 0$ ,  $\bar{T} \rightarrow 1$  при  $t \rightarrow \infty$ . Таким образом, имеем быстрое разрушение турбулентности и возвращение в ламинарный поток. На рис. 2 приведены графики параметра накачки  $\xi$  для временных сечений  $t = 0,00125$ ;  $0,0375$ .

2. Начальные значения  $\bar{\varepsilon}_R = 5$ ,  $\xi^0 = 0,05$ ,  $u_0^0 = 0,5$ ,  $\varrho_0^0 = 1,01$ ,  $V = 10$ , что соответствует  $v_R|_{t=0} > 0$ , т.е.  $\varrho_0^0 > 1$  в силу (12). В этом случае мы рассмотрим самовозбуждение гомогенного потока управлением скоростью справа  $\tilde{U}|_{x=1} = U_0^0(1+Vt)$ ,  $\tilde{U}|_{x=0} = U_0^0$ . Таким образом, в начальный момент мы рассматриваем уплотнённую заторможенную относительно первоначальной гомогенную среду. Такое сочетание начально-краевых условий можно интерпретировать как одномерную проекцию процессов в воздухозаборнике. В этом случае для одномерной модели при возрастании скорости на выходе воздухозаборника возникает противоток при помпаже. Также начальной стадии



**Рис. 2.** Значения  $\xi$  во временном сечении:  $t = 0,00125$  (а);  $t = 0,0375$  (б).

помпажа имеем быстрое разрушение турбулентности (за счёт взаимодействия течений) и возвращение в ламинарный поток.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // ДАН. 1941. Т. 30. № 4. С. 299–303.
2. Клаузер Ф. Турбулентный пограничный слой // Пробл. механики. 1959. Т. 2. С. 297–340.
3. Кузнецов В.Р., Сабельников В.А. Турбулентность и горения. М.: Наука, 1986.
4. Рабинович М.И. Стохастические автоколебания и турбулентность // УФН. 1978. Т. 125. № 1. С. 123–168.
5. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. М.: Мир, 1979. 512 с.
6. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
7. Козлов В.В. Обобщенное кинетическое уравнение Власова // УМН. 2008. Т. 63. № 4 (382). С. 93–130.
8. Грек Г.Р., Козлов В.В., Чернорай В.Г. Гидродинамическая неустойчивость пограничных слоев и отрывных течений (современное состояние исследований) // Успехи механики, 2006. Т. 1. С. 52–89.
9. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 405 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
11. Lukashov E.A., Radkevich E.V., Yakovlev N.N., Vasil'eva O.A. On the Rayleigh–Bénard Instability as the Nonequilibrium Phase Transition // AIP Conference Proceedings 1910. 020017.2017; Published by the American Institute of Physics. P. 1–25.
12. Dreyer W., Wagner B. Sharp-Interface Model for Eutectic Alloys. P.I. Concentration Dependent Surface Tension. Preprint. 2003.
13. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1998.
14. Cahn J.W. Spinodal Decomposition // Acta Met. 1961. V. 9. № 8. P. 795–811.

## HYDRODYNAMIC INSTABILITIES AND NONEQUILIBRIUM PHASE TRANSITIONS

E. V. Radkevich<sup>1</sup>, E. A. Lukashov<sup>2</sup>, O. A. Vasil'eva<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Scientific-research Institute "Geodesy", Krasnoarmejsk, Moscow region, Russian Federation

<sup>3</sup>Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov November 29, 2018

Received November 29, 2018

For laminar-turbulent transition model is built reconstruction of the initial stage of instability as a nonequilibrium phase transition, the mechanism of which is diffusion stratification. It is shown that the Gibbs free energy deviations from the homogeneous state (relative to the instability under consideration) is an analogue Ginzburg–Landau potentials. Numerical experiments were performed. self-excitation of a homogeneous state by edge control condition of increasing speed. Under external influence (increase in speed at the input) there is a transition to chaos through bifurcations of period doubling, when the internal control parameter (analogue of the Reynolds number) changes, like the Feigenbaum period doubling cascade.

*Keywords:* laminar-turbulent transition, nonequilibrium phase transition, diffusion stratification, chaos of process.