

УДК 556+551.5

## МОДЕЛЬ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ВЕСЕННЕГО СТОКА НА ПРИМЕРЕ РЕКИ БЕЛАЯ

Д. Ю. Васильев<sup>1,2\*</sup>, В. В. Водопоьянов<sup>1</sup>, Г. С. Зайцева<sup>3</sup>, Ш. И. Закирзянов<sup>1</sup>,  
член-корреспондент РАН В. А. Семенов<sup>2,4</sup>, Ж. Т. Сивохиш<sup>5</sup>, академик РАН А. А. Чибилёв<sup>5</sup>

Поступила 29.12. 2018 г.

В статье представлены результаты долгосрочного прогнозирования весеннего стока в бассейне реки Белая на основе водобалансовой модели. Для оптимизации структуры и параметров уравнений водобалансовой модели использовался алгоритм Левенберга–Марквардта с наложением ограничений на значения входных данных. Полученные значения коэффициентов уравнений были проверены, согласно принятому в гидрометслужбе критерию –  $\Delta/\sigma$ . Оценка надёжности используемой прогностической методики производилась путем статистических расчётов устойчивости их параметров и проверочными вычислениями на независимой выборке. Все уравнения, полученные в ходе реализации численного эксперимента, могут быть приемлемыми для составления прогнозов.

*Ключевые слова:* долгосрочный прогноз, весенний сток, численный эксперимент, водобалансовая модель, река Белая.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524866723-726>

Весеннее половодье, обусловленное таянием снежного покрова зимнего периода, является характерной особенностью большинства равнинных рек России. В бассейнах таких рек на долю весеннего стока приходится 50–70%, реже 80–90% годового и является особенностью их водного режима [1]. Расходы воды в этот период могут увеличиваться в сотни раз, по сравнению с зимними, и часто приобретают характер стихийных бедствий [2]. Сток в половодье определяется тремя факторами: 1) количеством снега, аккумулированного зимой в речном бассейне, 2) количеством осадков, выпавших в период формирования половодья, 3) водопоглотительной способностью речного бассейна [3]. Первые два определяются по результатам инструментальных измерений, что касается водопоглотительной способности, то она складывается под воздействием комплекса физико-географических условий, и не может быть определено иначе, как по разности между количеством поступившей в бассейн воды и стоком за половодье. Следует отметить, что при наличии данных о запасах воды в снежном покрове задача прогноза объёма половодья сводится к оценке количества талой воды,

которое будет поглощено почвой, задержано на поверхности бассейна и потеряно на испарение. С физической точки зрения любой речной бассейн представляет собой динамическую систему и подчиняется закону сохранения массы. Применительно к речному бассейну этот закон выражается в виде уравнения водного баланса [4]. Целью данной работы является разработка модели долгосрочного прогноза стока в бассейне реки Белая на период заблаговременности 2–3 месяца. Прогностическая модель предполагает возможность оценки будущего значения весеннего стока по прошлым и текущим данным инструментальных наблюдений за предикторами. Поскольку осенняя влажность почвы, как правило, не соответствует влажности перед началом снеготаяния, поэтому в качестве косвенной характеристики влажности почвы были использованы данные осенних расходов воды в замыкающем створе на гидрологическом посту (ГП) г. Бирск – р. Белая [5, 6]. Наиболее комплексной характеристикой влагоёмкости бассейна является глубина промерзания почвы, зависящая от температуры воздуха и толщины снежного покрова, интенсивность снеготаяния при больших объёмах половодья, т.е. для средних и крупных рек незначительна.

В основу модели было положено известное уравнение водного баланса речного бассейна в период половодья, имеющий вид:

$$Y = (S + X) - P, \quad (1)$$

где  $Y$  – слой стока за период (мм);  $S$  – запасы воды в снежном покрове, максимальные за зиму (мм);  $X$  – атмосферные осадки от даты наблюдения мак-

<sup>1</sup> Уфимский государственный авиационный технический университет

<sup>2</sup> Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской Академии наук, Москва

<sup>3</sup> Башкирское управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды – Росгидромет

<sup>4</sup> Институт географии Российской Академии наук, Москва

<sup>5</sup> Институт степи Уральского отделения Российской Академии наук, Оренбург

\* E-mail: [vasilevdy@ugatu.su](mailto:vasilevdy@ugatu.su)

симальных снегозапасов до конца периода (мм);  $P$  — потери талых и дождевых вод за период (мм).

Существует большое число способов реализации уравнения (1), выбор которых зависит от конкретной задачи, наличием данных наблюдений, а также оценки соотношений между факторами стока и физико-географическими условиями в бассейне [7]. Так, общая водосборная площадь бассейна реки Белая составляет 142 000 км<sup>2</sup>, особенность формирования её стока связана с сочетанием равнин, степей, лесов на западе и гор на востоке. Пятая часть территории водосбора находится на высоте менее 200 м, половина от 200 до 500 м, остальная на высоте более 500 м. В равнинной части большая часть стока бассейна формируется, на реке Белая которая залесена на 30%, и её основном притоке — реке Дёме, площадь последней 12 800 км<sup>2</sup>, залесённость — 10%. Климат региона в целом континентальный [8], вследствие западного переноса временами выпадает повышенное количество осадков, в результате на некоторых участках бассейна образуется мощный снежный покров с запасом воды до 350 мм. Атмосферные осадки с ноября по март в различных частях бассейна составляют 20–40% от их годовой нормы и зависят от высоты местности, так на равнинной части в среднем выпадает около 500 мм, в горах свыше 1000 мм. Почвы в бассейне реки Белой в среднем промерзают на глубину около 60 см.

Объединив некоторые из существующих подходов к реализации уравнения (1), составим следующую систему уравнений, которую применим в дальнейшем для расчёта гидрографа и прогноза весеннего стока реки Белой [9]:

$$\left. \begin{aligned} Y_{(j)} &= S_{(j)} - P_{(j)} \tanh[S_{(j)} / P_{(j)}], \\ S_{(j)} &= a_1 S_{(j)} + a_2 X_{(j,k)} \exp(-a_3 k), \\ P_{(j)} &= a_4 \exp(-a_5 W_{(j)} [1 + a_6 L_{(j)}]), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $S_{(j)}$  — запасы воды в снеге на момент составления прогноза в  $j$ -м году;  $P_{(j)}$  — характеристика потерь стока;  $X_{(j,k)}$  — количество атмосферных осадков в  $k$ -м подпериоде, на которые разделен период от даты составления прогноза до конца второго квартала;  $W_{(j)}$  — характеристика влагозапасов в бассейне;  $L_{(j)}$  — глубина промерзания почвы;  $a_1, \dots, a_6$  — параметры, значения которых определяется путем оптимизации.

Система (2) обобщена на случай расчёта прогнозов, когда сток в замыкающем створе формируется на нескольких частных бассейнах:

$$Y_{(j)} = \sum (a_{1(i)} S_{(i,j)} + a_{2(i)} X_{(i,j,k)} \exp[-a_{3(i)} k_{(j)}] - a_{4(i)} \tanh[S_{(i,j)} / P_{(i,j)}]) \times \exp[-a_{5(i)} W_{(i,j)} (1 + a_{6(i)} L_{(i,j)}) + a_7] a_{8(i)}, \quad (3)$$

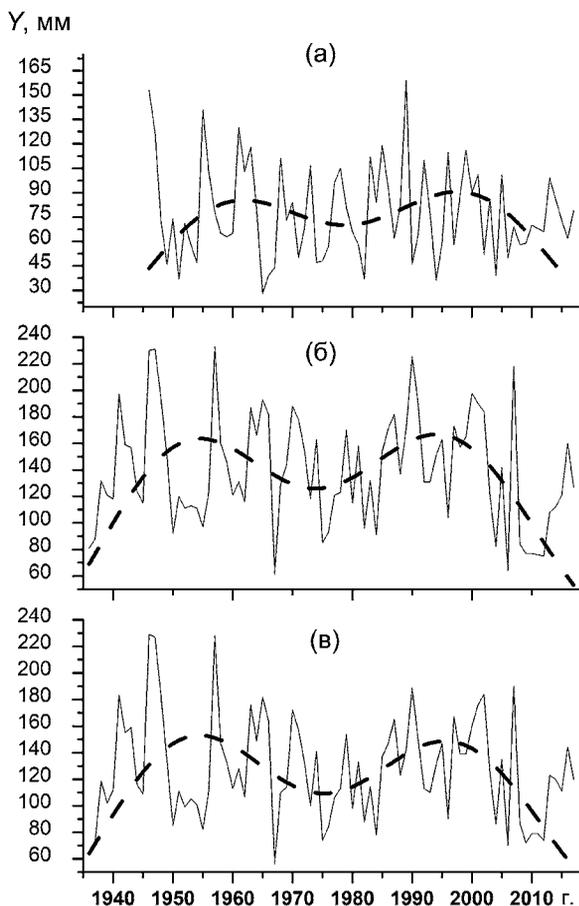
где  $i$  — порядковый номер частного бассейна;  $a_7$  — свободный член;  $a_8$  — параметры равные доли площади  $i$ -го частного бассейна от общей площади бассейна.

Критерий качества, при котором оптимизировались параметры уравнений, задавался в следующем виде [10]:

$$\Delta / \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (Y_j - \tilde{Y}_j)^2}{n \sum_{j=1}^n (\bar{Y}_j - \tilde{Y}_j)^2}}, \quad (4)$$

где  $\Delta$  — средняя квадратическая ошибка прогноза;  $\sigma$  — средняя квадратическая изменчивость предсказанной величины;  $Y_j$  — фактический сток за расчётный период;  $\tilde{Y}_j$  — предсказанные значения стока;  $\bar{Y}_j$  — среднее многолетнее значение стока за второй квартал;  $n$  — число лет в выборке.

Численное решение системы уравнений (2) и (3) совместно с критерием качества (4) было реализовано в [11]. Алгоритм реализованной модели позволяет определять оптимальную структуру прогностического уравнения при задании входных данных и варьировать границы таковых. При разработке методики долгосрочного прогноза весеннего стока использовались данные наблюдений с трёх ГП, расположенных в бассейне реки Белой: р. Белая — г. Бирск, р. Белая — г. Уфа, р. Дёма — д. Бочкарёва. В ГП, расположенных на реке Белой, использовались выборки данных наблюдений за 82 года, анализ которых показал, что они включают в себя как экстремально большие 228–233 мм (1957 г.), так и экстремально малые 56–61 мм (1967 г.). При среднем слое стока 127–140 мм, минимальные его значения 60–80 мм (обеспеченность 99%), а максимальные 220–230 мм (обеспеченность 5%). Длительность ряда наблюдений за стоком в бассейне реки Дёмы составила 72 года, экстремально большое значение 159 мм (1989 г.), экстремально минимальное 28 мм (1965 г.), средний слой стока составил 78 мм. При этом на минимальные значения стока 30–50 мм (обеспеченность 99%), а максимальные 135–155 мм (обеспеченность 6%) следовательно, выбранные ряды по всем трём ГП можно считать репрезентативными. Проведённый по аналогии с работами [12–14] спектральный анализ, на основе Фурье-фильтрации,



**Рис. 1.** Значения слоя стока в бассейне реки Белая показаны сплошной серой линией, результат Фурье-фильтрации — пунктирной чёрной: а — ГП д. Бочкарёво — р. Дёма; б — ГП г. Уфа — р. Белая; в — ГП г. Бирск — р. Белая.

выявил специфику временной динамики стока, результаты которого показаны на (рис. 1 а, б, в). Следует отметить общую тенденцию в изменении стока на всех трёх ГП — наличие двух полных циклов с отчётливым минимумом в середине 70-х годов, на интервалах 1940–1950 гг. и 1970–2000 гг. сток увеличивался, на интервалах 1960–1970 гг. и 2000–2017 гг. уменьшался. При сохранении общих закономерностей обращает на себя внимание расхождение значений стока реки Белая в маловодные годы, а также асинхронный характер колебаний стока реки Дёма.

В качестве стокоформирующих факторов брались значения максимальных за зиму запасов воды в снежном покрове, влажности почвы, глубины промерзания почвы, осенне-зимнего стока. Используя метод триангуляции по первым трём факторам в программе Surfer (<https://www.goldensoftware.com>), производилось пространственное осреднение данных наблюдений.

На основе учёта тренда стока и схожих тенденций стокоформирующих факторов, за основу была принята следующая схема, в качестве зависимой выборки, на которой оптимизировалась структура и параметры прогностического уравнения, принимались значения за 1977–2017 гг., а в качестве проверочной — значения за 1936/1946–1976 гг., соотношение между которыми составляет 1:1. При этом в формуле (4) величина  $n$  определялась по всей выборке за 1936/1946–2017 гг., а  $\Delta$  — индивидуально для каждой выборки, величина допустимой ошибки ( $\delta = \pm 0,674\sigma$ ) вычислялась для всей выборки.

Процедура оптимизации структуры и параметров уравнений модели осуществлялась на основе метода наименьших квадратов, с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта [15], а также наложением ограничений на параметры модели и на значения входных данные. Известно, что чем меньше число параметров, тем более надёжных результатов применения уравнений за пределами зависимой выборки можно ожидать. Параметры  $a_1, a_4, \dots, a_7$  во всех уравнениях находились путем оптимизации в пределах следующих заданных границ:

$$\begin{aligned} 0,1 \leq a_1 \leq 1,0; \quad 0,001 \leq a_5 \leq 0,1; \\ 100,0 \leq a_4 \leq 100; \quad 0,001 \leq a_6 \leq 0,1; \\ 20,0 \leq a_7 \leq 100. \end{aligned}$$

Процедура оптимизации производилась с учётом физической сути параметров, так параметр  $a_1$  являющийся, коэффициентом стока при использовании совместно с параметрами  $a_4 - a_6$  его значение не должно превышать 1. Одновременно, путем итераций, определялись границы входных данных по расходам воды и глубине промерзания почвы. Использование этих ограничений позволило повысить точность прогнозов на 15–20%. Значения первых двух коэффициентов во всех прогностических уравнениях не превысило 1, значения коэффициента  $a_3, a_5$ , и  $a_6$  было близким к 0. В зависимости от ГП значения параметра  $a_4$  варьировалось от 299 до 327 (ГП р. Белая — г. Бирск), 317 – 521 (ГП р. Белая — г. Уфа), около 700 для ГП р. Дёма — д. Бочкарёва. Полученные прогностические уравнения, согласно принятому критерию  $\Delta/\sigma$  (4), могут быть приемлемыми для составления долгосрочных прогнозов:  $\Delta/\sigma = 0,52-0,71$ , при обеспеченности допустимой ошибки прогнозов  $67\% \leq P \leq 86\%$ . В проведённых 10 численных экспериментах параметры уравнений мало изменяются, а ошибки прогнозов на обеих выборках примерно одинаковы ( $\delta_{\text{доп}} \approx 30$ ). По результатам оптимизации параметров прогностического уравнения (3), включающего два частных

бассейна точность прогнозов на зависимой выборке повысилась на 30%, но при этом число параметров возросло в два раза.

В заключении отметим, представленная модель весеннего стока, на примере бассейна реки Белой дала приемлемые, с точки зрения надёжности прогноза результаты. Реализованный алгоритм в программе для ЭВМ позволяет производить расчёты с учётом практически неограниченного числа частных бассейнов, и как следствие обрабатывать большие массивы входных данных.

**Благодарности.** Авторы выражают искреннюю признательность Башкирскому УГМС Росгидромета и лично В. З. Горохольской за предоставленные многолетние данные инструментальных наблюдений по основным элементам водного режима бассейна реки Белая.

**Источник финансирования.** Работа была выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение № 14.616.21.0082 (RFMEFI61617X0082).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Водные ресурсы России и их использование / Под ред. проф. И. А. Шикломанова. — СПб., изд. ГГИ, 2008, 600 с.
2. Hodgkins G.A., Whitfield P.H., Burn D.H., Hannaford J., Renard B., Stahl K., Fleig A.K., Madsen H., Mediero L., Korhone J., Murphy C., Wilson D. // J. Hydrology 2017. V. 552. P. 704–717. DOI:10.1016/j.jhydrol.2017.07.027
3. Попов Е.Г. Гидрологические прогнозы. Л.: Гидрометеоздат. 1979. 257 с.
4. Руководство по гидрологическим прогнозам. В. 1. Долгосрочные прогнозы элементов водного режима рек и водохранилищ / под ред. Попова Е.Г. Л.: Гидрометеоздат. 1989. 359 с.
5. Васильев Д.Ю., Гавра Н.К., Кочеткова Е.С., Ферантонтов Ю.И. // Метеорология и гидрология. 2013. № 5. С. 79–90.
6. Wang E., Zhang Y., Luo J., Cheiw F.H.S., Wang Q.J. // Water Resources Research. 2011. V. 47. W05516. DOI:10.1029/2010WR009922.
7. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. М: Наука. 1983. 216 с.
8. Васильев Д.Ю., Ферантонтов Ю.И. // Известия РАН. Сер. геогр. 2015. № 1. С. 77–86.
9. Мухин В.М. // Труды гидрометцентра России. 2000. № 332. С. 38–46.
10. Наставление гидрометеорологическим станциям и постам. Л.: Гидрометеоздат, 1985. Вып. 3. Ч. 1. 300 с.
11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2018661697. Рос. Федерация. Реализация модели долгосрочного прогноза весеннего стока равнинной реки / Д.Ю. Васильев, В.В. Водопьянов, Ш.Н. Закирзянов, Г.С. Зайцева; правообладатель Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. — № 2018618789; заявл. 17.08.2018.; зарегистр. 12.09.2018.
12. Васильев Д.Ю., Лукманов Р.Л., Ферантонтов Ю.И., Чувывров А.Н. // ДАН. 2012. Т. 447. № 3. С. 331–334.
13. Васильев Д.Ю., Сивохин Ж.Т., Чибилев А.А. // ДАН. 2016. Т. 469. № 1. С. 102–107.
14. Васильев Д.Ю., Бабков О.К., Кочеткова Е.С., Семенов В.А. // Известия РАН. Сер. геогр. 2017. № 6. С. 63–77.
15. Гилл Ф., Мюррей М., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир. 1985. 509 с.

## LONG-TERM FORECAST MODEL OF SPRING RUNOFF ON THE BELAYA RIVER

D. Yu. Vasil'ev<sup>1, 2</sup>, V. V. Vodopyanov<sup>1</sup>, G. S. Zayzeva<sup>3</sup>, Sh. I. Zakirzyanov<sup>1</sup>,

Corresponding Member of the RAS V. A. Semenov<sup>2, 4</sup>, Zh. T. Sivokhip<sup>5</sup>, Academician of the RAS A. A. Chibilev<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation

<sup>2</sup> Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup> Bashkir Department of Hydrometeorological Service, Moscow, Russian Federation

<sup>4</sup> Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

<sup>5</sup> Steppe Institute, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Orenburg, Russian Federation

Received December 29, 2018

This article presents the results of long-term forecasting of spring runoff in the Belaya River basin, based on the water balance model. To optimize the structure and parameters of the water balance model equations, the Levenberg-Marquardt algorithm was used to impose restrictions on the input data values. The obtained values of the equations' coefficients were checked according to the criterion  $\Delta/\sigma$  adopted in the hydrometeorological service. The reliability of the predictive method used was assessed by statistical calculations of the stability of their parameters and test calculations on an independent sample. All equations obtained during the numerical experiment may be suitable to make forecasts.

**Keywords:** long-term forecasting, spring runoff, numerical experiment, water balance model, Belaya River.