ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2019, том 487, № 1, с. 11–14

ИНФОРМАТИКА

УДК 51-7

АСИНХРОННЫЕ ПОРОГОВЫЕ СЕТИ С МНОГОСОРТНЫМИ СИГНАЛАМИ

О. П. Кузнецов

Представлено академиком РАН С.Н. Васильевым 11.03.2019 г.

Поступило 04.04.2019 г.

Асинхронная пороговая сеть — это сеть из пороговых элементов (агентов), функционирующая в непрерывном времени. Агенты находятся в одном из двух состояний — активном и пассивном. В активном состоянии агент генерирует сигнал определённого сорта (цвета) и мощности. Сигнал воспринимается всеми агентами, у которых есть входы того же цвета. Агент обладает потенциалом, изменяющимся под возбуждающим или тормозящим действием сигналов; он активен, только если его потенциал превышает порог. Изменения активности агентов являются событиями, которые разбивают временную шкалу на дискретные такты. Исследована зависимость автономного поведения сети от значений её параметров.

Ключевые слова: асинхронная пороговая сеть, многосортные сигналы, агент, потенциал, автономное поведение сети, стационарное состояние.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-5652487111-14

Асинхронные сети исследовались в дискретной схемотехнике начиная с 50-х годов XX в. [1]. Их главная особенность — зависимость поведения от временны́х параметров элементов сети. Одной из важных задач проектирования асинхронных схем всегда являлось преодоление этой зависимости с целью обеспечения детерминированного поведения схемы [2].

В данном сообщении предлагается новый взгляд на асинхронные сети, при котором их зависимость от временны́х параметров является достоинством: она порождает репертуар возможных поведений и создаёт возможности для переключения поведений при изменении параметров. Введение многосортных сигналов оказывается важным при моделировании химических взаимодействий в биологических нейронных сетях [3]: в них сигналы разных сортов — это нейротрансмиттеры, которые выделяют и принимают нейроны. Другая интерпретация многосортной сети — социальная сеть с разными типами информационных обменов [4].

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определим асинхронную пороговую систему (о разнице между системой и сетью см. в конце раздела 1) $\mathbf{S} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{C}, \mathbf{H} \rangle$, где $\mathbf{N} = \{N_1, \ldots, N_n\}$ — множество агентов, $\mathbf{C} = \{c_1, \ldots, c_m\}$ — множество абстрактных цветов (сортов), $\mathbf{H}$ — множество параметров. Система функционирует в непрерывном времени. Агенты находятся в одном из двух состояний — активном и пассивном. Моменты изменения состояния — это события, которые являются точками на шкале времени, разбивающими шкалу на отрезки — такты. Границы тактов нумеруются натуральными числами 0, 1, 2, ... и называются дискретными моментами времени. Такт t — это полуинтервал $[t, t+1)$. Его длительность обозначается $\tau(t)$.

Активность агента N_i задаётся величиной $y_i(t) \in \{0, 1\}$; $y_i(t) = 1$ означает, что на такте t агент активен; $y_i(t) = 0$ означает, что на такте t агент пассивен. В активном состоянии агент на выходе генерирует сигнал, имеющий цвет c_j и мощность d_{ij}. Входы агента также имеют цвет из множества $\mathbf{C}$ и ненулевой вес $w_{ij} \in \mathbf{R}^+$. Разные входы имеют разные цвета; если $w_{ij} > 0$, то сигнал цвета c_j оказывает на агента возбуждающее воздействие, если $w_{ij} < 0$, то тормозное воздействие.

По характеру активности агенты делятся на два типа: инициативный и реактивный. Инициативный агент пассивен, только если его тормозят; иначе он активен. Реактивный агент активен, только если его возбуждают; иначе он пассивен.

Совокупность цветов входов и выхода агента N_i, а также знаков весов его входов называется разметкой агента. Цвета определяют связи между агентами: ориентированная связь от агента N_k к агенту N_l существует, если N_l имеет вход, цвет которого совпадает с цветом выхода N_k; соответственно, эта связь имеет тот же цвет. Сигнал цвета c_j распространяется по всем связям этого цвета.

Внешним состоянием системы в момент t называется вектор состояний активности всех её агентов, т.е. вектор $Y(t) = (y_1(t), \ldots, y_n(t))$.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской Академии наук, Москва
E-mail: olpkuz@yandex.ru

Пространство сигналов задаётся вектором $X(t) = (x_1(t), \ldots, x_m(t))$, где $x_j(t)$ — суммарная мощность сигналов цвета c_j, генерируемых на протяжении такта t и распространяемых по связям этого цвета. Она вычисляется по формуле

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^{n} d_{ij} \cdot y_i(t). \tag{1}$$

Состояние $y_i(t)$ агента N_i определяется значением его потенциала $U_i(t)$, изменяющегося в интервале $U_{i0} \le U_i(t) \le U_{i\max}$, и порогом P_i, лежащим в том же интервале:

$$y_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } U_i(t) \ge P_i, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \tag{2}$$

Внутри такта потенциал изменяется с постоянной суммарной скоростью $v_i(t)$:

$$v_i(t) = s_i(t) + v^{\alpha}_{i\text{en}}(t), \tag{3}$$

где $s_i(t)$ — экзогенная скорость, пропорциональная силе внешних воздействий:

$$s_i(t) = h \cdot \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_j(t), \tag{4}$$

$v^{\alpha}_{i\text{en}}$ — эндогенная скорость, т.е. собственная скорость агента, не зависящая от внешних воздействий; в дальнейшем полагаем $h = 1$.

Каждый агент имеет два значения эндогенной скорости:

$$v^{\alpha}_{i\text{en}} = \begin{cases} v^{0}_{i\text{en}}, & \text{если } U_i(t) < P_i, \\ v^{1}_{i\text{en}}, & \text{если } U_i(t) \ge P_i, \end{cases} \tag{5}$$

причём для инициативного агента обе скорости положительны, для реактивного агента обе скорости отрицательны и для обоих типов агентов $v^{0}_{i\text{en}} < v^{1}_{i\text{en}}$.

Параметры, участвующие в определении пороговой системы **S**, разбиваются на два класса: статические и динамические параметры. Статические параметры (границы изменения потенциалов U_{i0} и $U_{i\max}$, величины порогов, веса входов, мощности сигналов, эндогенные скорости) образуют множество **H**. Динамические параметры — это величины, меняющиеся со временем: $y_i(t)$, $U_i(t)$, $v_i(t)$ и др.

Будем считать, что система $\mathbf{S} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{C}, \mathbf{H} \rangle$ состоит из двух компонент: сети, определяемой множествами **N**, **C** и разметками агентов, и параметров **H**. Такое разделение позволяет говорить об изменениях параметров без изменения сети. Две пороговые системы, имеющие одну и ту же сеть Σ, но отличающиеся наборами параметров $\mathbf{H}_k$ и $\mathbf{H}_l$, называются конфигурациями сети Σ и обозначаются $\Sigma(\mathbf{H}_k)$ и $\Sigma(\mathbf{H}_l)$.

2. ДИНАМИКА СИСТЕМЫ И ЕЁ ВЫЧИСЛЕНИЕ

Алгоритм функционирования пороговой системы. Последовательность внешних состояний $Y(0)$, $Y(1)$, ..., порождаемую системой в процессе функционирования, будем называть поведением. В дальнейшем рассматривается автономное поведение системы, т.е. поведение при отсутствии внешних воздействий. Алгоритм, моделирующий функционирование системы, т.е. вычисляющий её поведение, должен, зная параметры системы в момент t, вычислить её параметры в момент $t + 1$. Для этого необходимо сначала вычислить длительность $\tau(t)$ такта t и положение момента $t + 1$ на шкале времени.

Остаточным потенциалом $\Delta U_i(t)$ в момент t назовём величину, равную “расстоянию” до наступления ближайшего события, связанного с агентом N_i. Ближайшее событие для агента определяется таблицей переходов, одинаковой для обоих типов агентов (табл. 1). Знак “∞” в таблице означает, что значение потенциала агента N_i в такте t не достигнет порога, т.е. $y_i(t)$ не изменится, и ближайшее событие не связано с агентом N_i. Если $v_i(t) = 0$, то $\Delta U_i(t) = \Delta U_i(t-1)$.

Остаточное время $\tau_{ri}(t)$ агента N_i — это время, которое нужно для достижения ближайшего события при текущем потенциале $U_i(t)$ и текущей скорости $v_i(t)$:

$$\tau_{ri}(t) = \begin{cases} \dfrac{\Delta U_i(t)}{\lceil v_i(t) \rceil}, & \text{если } v_i \ne 0 \text{ и } U_i(t) \ne \infty, \\ \infty & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \tag{6}$$

Покажем, что для любого t, если заданы $U(t)$ и **H**, существует алгоритм, вычисляющий $Y(t)$ и $U(t + 1)$. Этот алгоритм выглядит так:

Таблица 1. Таблица переходов для агентов

	$U_i(t)$	Знак $v_i(t)$	Ближайшее событие	$\Delta U_i(t)$
1	$U_i(t) \ge P_i$	+	Движение вверх, активность не меняется, события нет	∞
2	$U_i(t) \ge P_i$	–	$y_i = 0$	$U_i(t) - P_i$
3	$U_i(t) < P_i$	+	$y_i = 1$	$P_i - U_i(t)$
4	$U_i(t) < P_i$	–	Движение вниз, активность не меняется, события нет	∞

1. Вектор $Y(t)$ вычисляется по формуле (2).

2. Вектор $X(t)$ вычисляется по формуле (1).

3. Силы воздействия $s_1(t), \ldots, s_n(t)$ вычисляются по формуле (4).

4. Суммарные скорости $v_1(t), \ldots, v_n(t)$ вычисляются по формулам (3)–(5).

5. Остаточные потенциалы вычисляются по таблице переходов (табл. 1).

6. Остаточные времена вычисляются по формуле (6).

7. Если минимальное остаточное время $\tau_{\min}(t) = \tau_i(t)$, то длина такта t $\tau(t) = \tau_i(t)$; событием является изменение активности агента N_i; внешнее состояние $Y(t+1)$ отличается от $Y(t)$ значением $y_i(t+1)$.

8. Потенциалы для момента $t+1$ пересчитываются по формуле

$$U_i(t+1) = \begin{cases} U_{i\max}, & \text{если } U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) \geq U_{i\max}, \\ U_{i0}, & \text{если } U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) \leq U_{i0}, \\ U_i(t) + \tau(t) \cdot v_i(t) & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (7)$$

9. Перейти к п. 1 для $t+1$.

Из существования такого алгоритма следует

Теорема 1. *Автономное поведение пороговой системы однозначно определяется вектором* $U(0) = (U_1(0), \ldots, U_n(0))$ *и множеством статических параметров* **H**.

Вектор $U(t)$ назовём внутренним состоянием системы. Таблицу, содержащую значения динамических параметров системы в последовательных тактах её функционирования, назовём протоколом.

3. АНАЛИЗ РЕПЕРТУАРА ПОВЕДЕНИЙ АВТОНОМНОЙ ПОРОГОВОЙ СЕТИ

Из теоремы 1 видно, что поведение автономной сети зависит от значений её параметров. Возникают два вопроса:

1) какие виды поведений могут генерировать автономные пороговые сети;

2) каковы свойства множества поведений, которые может генерировать конкретная автономная сеть (такое множество будем называть репертуаром сети).

Напомним некоторые известные понятия и введём ряд определений.

Бесконечная последовательность $a_0, a_1, \ldots$ называется периодической, если она имеет вид $a_0, \ldots, a_{k-1}, (a_k, \ldots, a_{l-1})$, где отрезок $a_k, \ldots, a_{l-1}$ повторяется бесконечное число раз. Этот отрезок называется периодом, а отрезок $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}$ — предпериодом. Длиной предпериода является число $k \geq 0$, а длиной периода — число $l - k \geq 1$.

В любом поведении сети два соседних вектора $Y(t)$, $Y(t+1)$ различны, поскольку в момент $t+1$ изменилось состояние хотя бы одного агента. Поэтому для поведений автономной сети случай $l - k = 1$ означает, что после момента k событий не происходит: потенциалы всех агентов соответствуют строкам 1 или 4 табл. 1 и последовательность $Y(0), \ldots, Y(k)$ конечна. Последовательность $Y(0), \ldots, Y(k-1), (Y(k), \ldots, Y(l-1))$ назовём периодическим поведением, если $l - k > 1$, и стационарным поведением, если $l - k = 1$. Стационарное поведение конечно; его заключительное состояние $Y(k)$ также будем называть стационарным.

Пример. В сети на рис. 1 N_1 и N_3 — инициативные агенты, N_2 — реактивный агент. Статические параметры приведены в табл. 2. Прямоугольником на конце связи обозначена возбуждающая связь, кружками — тормозящие связи. Агент N_1 генерирует сигнал c_1 (серый), агенты N_2 и N_3 — сигнал c_2 (белый). В табл. 3 приведён протокол.

Состояние 110 на такте 2 стационарно, потому что скорости v_1 и v_2 активных агентов N_1 и N_2 положительны, а скорость пассивного агента N_3 отрицательна.

Автономная сеть при любой конфигурации является автономным автоматом, в котором состояниями служат векторы $U(t)$. Известно [5], что автономный конечный автомат с M состояниями генерирует периодическую последовательность состояний, причём длины периода и предпериода не пре-

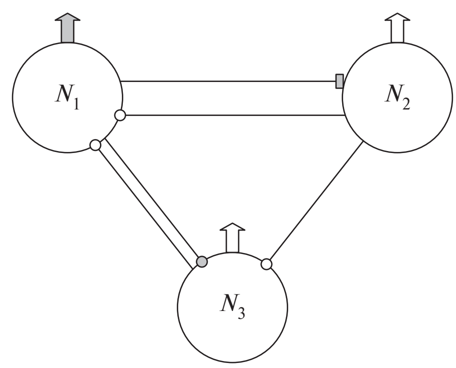

Рис. 1. Пример автономной пороговой системы.

Таблица 2. Параметры сети на рис. 1

	P_i	$U_{i\max}$	U_{i0}	v_{ien}^0	v_{ien}^1	c_1	c_2	w_{i1}	w_{i2}
N_1	0,6	0,9	0	0,5	0,8	0,7	–	0	–1
N_2	0,6	0,9	0	–0,5	–0,8	–	0,7	2	0
N_3	0,6	0,9	0	0,5	0,8	–	0,7	–1	–1

Таблица 3. Протокол работы сети

№ t	0	1	2	3
$Y(t)$	101	100	110	
$U_1(t)$	0,9	0,9	0,9	
$U_2(t)$	0	0,3	0,6	
$U_3(t)$	0,9	0,6	0,5	
$\tau(t)$	0,5	0,5	∞	
v_1	0,1	0,8	0,1	
v_2	0,6	0,6	0,9	
v_3	0,6	–0,2	–0,9	

восходят M. Для автономной сети множество состояний бесконечно. Поэтому утверждение о длинах неверно, а вопрос о том, всегда ли автономная сеть генерирует периодическое поведение, остаётся открытым.

Состояние сети $U(t)$ назовём естественным, если для любого инициативного агента N_i $U_i(0) > P_i$, а для любого реактивного агента N_j $U_j(0) < P_i$.

Теорема 2. *Для любой автономной асинхронной сети* Σ *и любого естественного состояния* $U(0)$ *существует такой набор параметров* $\mathbf{H}$, *при котором в конфигурации* $\Sigma(\mathbf{H})$ $U(0)$ *является стационарным*.

Теорема 3. *Существуют сети, все поведения которых стационарны*.

Такими сетями являются ациклические сети (сети, граф которых ациклический).

Источники финансирования. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты 17–29–07029, 17–07–00541).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Muller D.E., Bartky W.S.* A Theory of Asynchronous Circuits. Int. Symp. on the Switching Theory in Harvard University. Cambridge, 1959. P. 204–243.
2. *Brzozowski J.A.* Topics in Asynchronous Circuit Theory // Recent Adv. in Formal Languages and Appl. 2006. V. 25. P. 11–42.
3. *Кузнецов О.П., Базенков Н.И., Болдышев Б.А., Жилякова Л.Ю., Куливец С.Г., Чистопольский И.А.* Асинхронная дискретная модель химических взаимодействий в простых нейронных системах // Искусственный интеллект и принятие решений. 2018. № 2. С. 3–20.
4. *Zhilyakova L., Gubanov D.* Double-Threshold Model of the Activity Spreading in a Social Network. The Case of Two Types of Opposite Activities. Proc. 11th IEEE Intern. Conf. on Application of Information and Communication Technologies AICT2017. Moscow, 2017. V. 2. P. 267–270.
5. *Минский М.* Вычисления и автоматы. М.: Мир, 1971.

ASYNCHRONOUS THRESHOLD NETWORKS WITH MULTISORTED SIGNALS

O. P. Kuznetsov

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS S.N. Vassilyev March 11, 2019

Received April 4, 2019

An asynchronous threshold network is a network of threshold elements (agents) that operate in continuous time. The agents can be in one of two states: active or passive. An active agent generates a signal of certain sort (color) and power. This signal is received by all agents that have inputs of the same color. An agent has a potential that changes under exciting or inhibiting effects of signals; it is active only if its potential exceeds a threshold. Changes in agent activity are events that divide a continuous timeline into discrete time steps. The dependence of the behavior of an autonomous network on the values of its parameters is studied.

Keywords: asynchronous threshold network, multisorted signals, agent, potential, autonomous network behavior, stationary state.