

УДК 532.527:551.465

ОБ ЭФФЕКТЕ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ ОБЪЕКТОВ В МОРСКОЙ СРЕДЕ И АТМОСФЕРЕ

Н. Н. Корчагин^{1,2,*}, И. Ю. Владимирова^{1,2}

Представлено академиком РАН Р.И. Нигматулиным 18.02.2019 г.

Поступило 05.04.2019 г.

Получены аналитические выражения гидродинамической реакции на точечный диполь при его циркуляционном обтекании потоком двухслойной жидкости конечной глубины. Исследованы зависимости волнового сопротивления и подъемной силы от скорости потока, мощности скачка плотности, циркуляции и глубины моря. Показано, что влияние циркуляции скорости приводит к изменению подъемной силы, действующей на диполь. Причем такие изменения носят реверсивный характер в относительно узком диапазоне скорости обтекания трубопровода. Наряду с трубопроводом подобные особенности в характере влияния циркуляции на подъемную силу могут проявляться и для самоходных подводных объектов, и летательных аппаратов.

Ключевые слова: стратифицированные течения, волновое сопротивление, подъемная сила, циркуляционное обтекание.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524882207-211>

Эксплуатация технических конструкций на дне и в придонных слоях моря с необходимостью предполагает наличие сведений (тем более в условиях Арктического бассейна) о силовых нагрузках, возникающих при их обтекании стратифицированным течением. Наряду с вязким сопротивлением обтекаемые конструкции (объекты) испытывают гидродинамические реакции волновой природы, обусловленные наличием внутренних волн, генерируемых на скачках плотности. Примером подобных воздействий являются взвесенесущие потоки в придонных слоях моря, формирующиеся при перемешивании вод с микро- и мелко-зернистыми частицами грунта, что приводит к избытку плотности воды в таких течениях и образованию относительно резкого пикноклина на границе градиентных потоков [1]. Кроме того, необходимо принять во внимание, что обтекание препятствий может происходить с определенной циркуляцией скорости, которая вносит дополнительный вклад в силовое воздействие среды на препятствие.

Ранее авторами была рассмотрена модель [5] поперечного обтекания двухслойным течением горизонтально протяженного технического фрагмента в виде цилиндра (как части транспортного трубопровода) с целью исследования гидродинамического воздействия на такое препятствие. Модель пред-

ставлялась в виде двух совмещенных гидродинамических особенностей: диполя с моментом $m = 2\pi VR^2$, моделирующего поперечное обтекание цилиндра радиуса R , и точечного вихря интенсивности Γ , обеспечивающего заданную циркуляцию. Здесь V – скорость набегающего потока. Толщина верхнего слоя H_1 , нижнего – H_2 , а плотности соответственно ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$). Начало координат расположено на невозмущенной границе между слоями жидкости, ось x направлена вдоль этой границы, ось y – вертикально вверх. Вихрь и диполь локализованы в точке $(0, -H)$.

Комплексно-сопряжённую скорость возмущённого диполем двухслойного потока представим в виде $\mu_k(z) = V + U_k(z)$, где $z = x + iy$, $k = 1, 2$. Далее, расчеты гидродинамического воздействия на диполь проводились в формате безразмерных переменных:

$$X = \frac{x}{R}, \quad Y = \frac{y}{R}, \quad Z = \frac{z}{R} = X + iY, \quad \delta = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

$$h_1 = \frac{H_1}{R}, \quad h_2 = \frac{H_2}{R}, \quad h = \frac{H}{R}, \quad u_k = \frac{U_k}{V},$$

$$\gamma = \frac{\Gamma}{2\pi VR}, \quad E = \frac{gR}{V^2} = \frac{1}{Fr^2}.$$

Здесь g – ускорение свободного падения, Fr – число Фруда по радиусу цилиндра. Тогда задача об отыскании возмущений комплексно-сопряжённой скорости u_k , вносимых в поток диполем и вихрем, локализованными под скачком плотности, формулируется таким образом: требуется найти аналитические функции $u_1(Z)$ и $u_2(Z)$, удовлетворяющие граничным условиям

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской Академии наук, Москва

²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

* E-mail: e-niknik@mail.ru

$$\operatorname{Im} \left[i \frac{du_1}{dZ} - Eu_1 \right] = 0 \quad \text{при } Y = h_1, \quad (1)$$

$$\delta \operatorname{Im} \left[i \frac{du_1}{dZ} - Eu_1 \right] = \operatorname{Im} \left[i \frac{du_2}{dZ} - Eu_2 \right] = 0 \quad \text{при } Y = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{Im} u_1 = \operatorname{Im} u_2 \quad \text{при } Y = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{Im} u_2 = 0 \quad \text{при } Y = -h_2, \quad (4)$$

причём $u_1(Z)$ должна быть регулярна в полосе $-\infty < X < +\infty$, $0 < Y < h_1$, а $u_2(Z)$ — в полосе $-\infty < X < +\infty$, $-h_2 < Y < 0$ всюду кроме точки $Z = -ih$, в которой она имеет полюс второго порядка. Вывод граничных условий представлен авторами в [3]¹.

В силу линейности задачи искомую комплексно-сопряжённую скорость представим в виде суммы соответствующих скоростей, вносимых в поток точечным вихрем и диполем: $u_k(Z) = u_k^\gamma(Z) + u_k^m(Z)$ ($k = 1, 2$). Тогда для функций $u_k^\gamma(Z)$ и $u_k^m(Z)$ получаем граничные условия, аналогичные (1)–(4), при этом

$$u_2^\gamma(Z) = \frac{\gamma}{i} \frac{1}{Z + ih} + f_\gamma(Z),$$

$$u_2^m(Z) = -\frac{1}{(Z + ih)^2} + f_m(Z),$$

где $f_\gamma(Z)$ и $f_m(Z)$ — функции, регулярные в полосе $-\infty < X < +\infty$, $-h_2 < Y < 0$. Далее, опуская громоздкие выкладки, получаем аналитические выражения этих функций, а также и для $f(Z) = f_\gamma(Z) + f_m(Z)$ (см. [5]).

В продолжении, используя результаты авторов в [5], где получены модельные выражения волнового сопротивления F_X и подъёмной силы диполя F_Y , совместно с формулой Чаплыгина [2], связывающей эти силы с коэффициентами комплексно-сопряжённой нагрузки на цилиндр C^* , согласно которой

$$C^* = \frac{F_X - iF_Y}{\rho_2 V^2 R} = \frac{i}{2} \int_K (1 + u_2(Z))^2 dZ,$$

получаем аналитические выражения для F_X и F_Y . Здесь интегрирование осуществляется по произвольному контуру K в нижнем слое и охватывающему совмещённые диполь и вихрь. Затем, применяя теорему о вычетах, находим

¹ При постановке модельной задачи авторы опирались на приведенный ими в [3] формат безразмерных переменных, а также вывод системы уравнений для граничных условий (как основы модели) с определенными математическими выкладками, что позволяет в дальнейшем ограничиться лишь ссылкой на них. Однако с целью наглядности и опера-тивности анализа представляется нелишним воспроизвести их вновь.

$$C^* = 2\pi i \gamma + 2\pi i \gamma f(-ih) + 2\pi f'(-ih).$$

Отсюда коэффициент ΔC добавочной силы к обобщённой силе Жуковского, действующей на цилиндр [2], и его составляющие C_X и ΔC_Y взаимосвязаны:

$$\Delta C^* = C_X - i\Delta C_Y = 2\pi i \gamma f(-ih) + 2\pi f'(-ih).$$

В итоге получаем

$$\begin{aligned} \Delta C^* = & 2\pi i \int_0^{+\infty} \left\{ (\gamma + \xi) \left[\xi C_m(\xi) + \gamma C_\gamma(\xi) \right] e^{\xi h} + \right. \\ & \left. + (\gamma - \xi) \left[\xi D_m(\xi) + \gamma D_\gamma(\xi) \right] e^{-\xi h} \right\} d\xi + \\ & + 2\pi^2 \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{\xi=\xi_j} \left\{ -(\gamma + \xi) \left[\xi C_m(\xi) + \gamma C_\gamma(\xi) \right] e^{\xi h} + \right. \\ & \left. + (\gamma - \xi) \left[\xi D_m(\xi) + \gamma D_\gamma(\xi) \right] e^{-\xi h} \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

Выделяя в (5) вещественную и мнимую части, окончательно получаем выражения для коэффициентов волнового сопротивления и подъёмной силы

$$\begin{aligned} C_X = & 2\pi^2 \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{\xi=\xi_j} \left\{ -(\gamma + \xi) \left[\xi C_m(\xi) + \gamma C_\gamma(\xi) \right] e^{\xi h} + \right. \\ & \left. + (\gamma - \xi) \left[\xi D_m(\xi) + \gamma D_\gamma(\xi) \right] e^{-\xi h} \right\}, \\ \Delta C_Y = & -2\pi \int_0^{+\infty} \left\{ (\gamma + \xi) \left[\xi C_m(\xi) + \gamma C_\gamma(\xi) \right] e^{\xi h} + \right. \\ & \left. + (\gamma - \xi) \left[\xi D_m(\xi) + \gamma D_\gamma(\xi) \right] e^{-\xi h} \right\} d\xi, \quad (6) \end{aligned}$$

где вычеты вычисляются по известным формулам [4]; ξ_j ($j = 1, 2, \dots, s$) — положительные корни уравнения [3]

$$\xi^2 + [\delta \xi^2 + (1 - \delta) E^2] \operatorname{th} \xi h_1 \operatorname{th} \xi h_2 - \xi E (\operatorname{th} \xi h_1 + \operatorname{th} \xi h_2) = 0.$$

Отметим, что в выражение для коэффициента подъёмной силы не включена сила Архимеда.

Расчёты силового воздействия на обтекаемый цилиндр проводились для реальных характеристик морской среды по формулам $\Delta F_Y = \rho_2 V^2 R \Delta C_Y$ (нижний слой), $\Delta F_Y = \rho_1 V^2 R \Delta C_Y$ (верхний слой), где коэффициенты ΔC_Y выражены через (6), а также (11) из [5]. Плотность в верхнем слое $\rho_1 = 1024 \text{ кг/м}^3$, а относительный перепад плотности воды между нижним и верхним слоями изменяется в пределах 1,001–1,005. Отметим, что в придонном слое перепад плотности меняется от 1,01 до 1,05, что соответствует взвесенесущему потоку в нижнем слое. В первом случае это относительно слабый взвесенесущий поток, во втором — взмученный поток вблизи дна на склонах подводных возвышенностей [1]. Общая

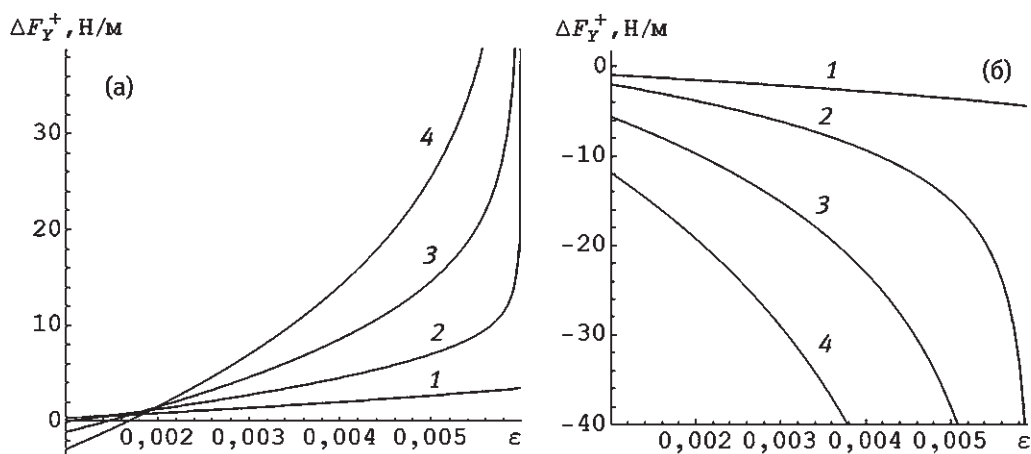


Рис. 1. Зависимость подъёмной силы ΔF_Y^{\pm} диполя от относительного перепада плотности ε между слоями; модель трубопровода. Диполь над (а) и под (б) скачком плотности при $V=0,7$ м/с: 1–4 – $\gamma_i = 0; 0,1; 0,2; 0,3$.

толщина потока 60 м, верхнего слоя – $H_1 = 50$ м, радиус трубопровода $R = 0,71$ м. Диполь локализован в нижнем или в верхнем слое на расстоянии от границы $H = 2$ м. Безразмерная циркуляция $\gamma = \Gamma / (2\pi VR)$, где V – скорость потока, Γ – размерная циркуляция. В силу равнозначности положительной и отрицательной завихренности в потоке при анализе изменчивости подъёмной силы можно выбрать любую γ^{\pm} : ΔF_Y^+ – при положительной, а ΔF_Y^- – при отрицательной циркуляциях. Отметим, что поскольку авторами в [5] относительно полно проведены исследования изменчивости силы сопротивления F_X , то ниже исследуется задача об изменчивости лишь подъёмной силы ΔF_Y^{\pm} .

Как видно на рис. 1, кривые с однонаправленными положительными циркуляциями ΔF_Y^+ в зависимости от локализации препятствия относительно скачка плотности существенно различаются между собой как по форме, так и величине. При этом изменчивость кривых по разные стороны скачка противоположна. Согласно [5], отличия графиков ΔF_Y^+ на рис. 1, построенных вблизи ($H = 2$ м), но по разные стороны границы слоёв, обусловлены, в одном случае, разнонаправленностью между обтекающим цилиндр потоком и движением жидкости вдоль верхней границы скачка, в другом, – однонаправленностью этих потоков. В первом случае общая скорость уменьшается, во втором – увеличивается – см. рис. 3 из [5]. Причем такие изменения ΔF_Y характерны как для “+”, так и “–” завихренностей.

Далее, на рис. 1 обращает внимание эффект усиления силового воздействия ΔF_Y^+ на обтекаемый объект при скорости обтекания модели $V = 0.7$ м/с, т.е. в диапазоне внутренней моды, причём при всех реально возможных значениях параметра ε . В то же время при локализации модели над скачком (рис. 1а)

соответствующие гидродинамические нагрузки при реальных условиях стратификации ($0,001 < \varepsilon < 0,004$) практически не проявляются.

Таким образом, скачки плотности (рис. 1) играют весьма существенную роль в силовом воздействии ΔF_Y^{\pm} на обтекаемый трубопровод. В этом случае, несмотря на свою незначительность, но действуя в течение продолжительного времени, такие нагрузки могут приводить к деформации трубопровода, а в дальнейшем к возможному его повреждению. Поэтому подобные эффекты необходимо учитывать при прокладке подводных коммуникаций и трубопроводных сетей. Отметим, что выявленные в модели изменения подъёмной силы в зависимости от величины циркуляции γ_i в подобных исследованиях ранее не учитывались.

В продолжение анализа модельного расчёта представляет интерес выявленная особенность в изменчивости подъёмной силы и её соответствующая интерпретация. Для этого перейдём от рассмотренной выше неподвижно обтекаемой точечной модели к кинематически подобной физической модели поступательно движущегося объекта. Не нарушая общности рассматриваемой модельной задачи, ограниченный фрагмент трубопровода можно представить в виде сигарообразного тела, по форме моделирующего определённый тип подводного объекта. При этом для адекватного сопоставления конструкции (геометрии) модели физического объекта с первоначальной точечной моделью, необходимо в качестве силового воздействия на подводный объект выделить боковую компоненту вектора силы, распределённую по длине корпуса физической модели. Отсюда, исходя из такого преобразования точечной модели, гипотетически можно воспользоваться расчётами зависимости подъёмной силы расположенного под

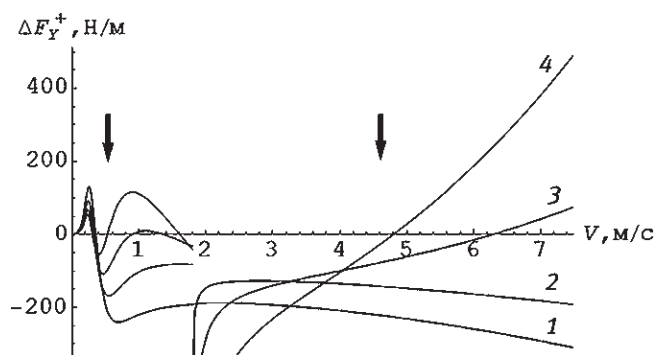


Рис. 2. Зависимость подъёмной силы ΔF_Y^+ диполя, расположенного под скачком плотности, от скорости V потока при $\rho_2/\rho_1 = 1,005$, $H_1 = 100$ м, $H_2 = 200$ м, $H = 6$ м, $R = 3,5$ м; модель подводного объекта: 1–4 – $\gamma = 0; 0,1; 0,2; 0,3$. Стрелки указывают на интервалы с реверсивным изменением кривых $\Delta F_Y^+(V)$.

скачком модельного препятствия от скорости потока (см. рис. 2 в [5]). В данном случае модельное препятствие – это подводный объект сигарообразной формы под воздействием реверсивно изменяющейся подъёмной силы $\Delta F_Y^+(V)$ в определённых интервалах скорости обтекания объекта.

Для обоснования правомерности преобразования точечной модели в физическую модель в форме сигарообразного объекта можно сослаться на характерный пример из морской практики. Так, при движении объекта в морской среде возникают ситуации относительно быстрого и опасного его погружения на десять и более метров вглубь [5]. Такой эффект принято объяснять наличием внутренних волн, генерируемых на скачках плотности среды. Однако параметры внутренних волн, зависящие от мощности скачка плотности ε (с минимальным периодом порядка десяти минут и длиной в сотни метров), отражают более медленную динамику волны внутренней моды по сравнению с относительно резким опусканием объекта. Подобный эффект может проявляться либо при изменении направления его движения с возникновением боковой составляющей потока, либо при вариациях направления самого течения (с выделенным боковым компонентом к корпусу объекта). И как показали расчеты, выделение боковой составляющей потока с ненулевой циркуляцией может привести к возникновению дополнительной силы, направленной вертикально вниз (рис. 2). На этом рисунке обращает внимание весьма широкий интервал скорости обтекания, в котором проявляется отрицательное воздействие подъёмной силы на объект, начиная с $V \approx 0,5$ м/с. При этом разрыв кривых на рис. 2 в окрестности точки $V \approx 2$ м/с (границей между внутренней и поверхностной модами) обусловлен существованием максимальной

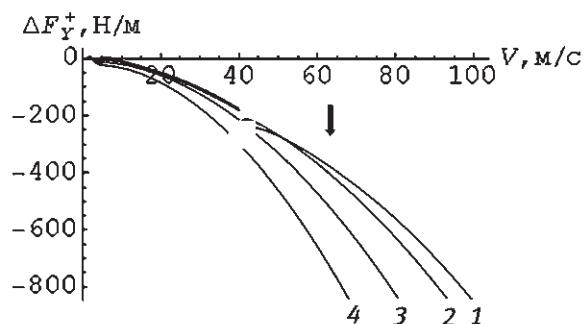


Рис. 3. Зависимость подъёмной силы ΔF_Y^+ диполя, расположенного под слоем скачка, от скорости V потока при $\rho_2 = 1,26$ кг/м³, $\rho_2/\rho_1 = 1,3$, $H_1 = 1000$ м, $H_2 = 2000$ м, $H = 6$ м, $R = 3,5$ м; 1–4 – $\gamma = 0; 0,1; 0,2; 0,3$.

скорости потока, при которой за обтекаемым объектом образуются внутренние волны – см. формулы (8), (9) в [5]. Слева и справа от этого интервала V подъёмная сила $\Delta F_Y^+(V)$ изменяется реверсивно.

Выявленный эффект циркуляционного обтекания объекта проявляется и в атмосфере при полёте самолёта. В этом случае конфигурацию самолёта в целом можно также представить в виде сигарообразной формы. Тогда его обтекание воздушным потоком может приводить к возникновению силы, направленной вертикально вниз и согласно модели может оказаться причиной резкого и опасного снижения высоты летательного аппарата. При этом известно, что подобный эффект реально проявляется в лётной практике. Поэтому использование здесь модельных результатов представляется правомерным.

В дополнение к указанным выше особенностям завихрённого обтекания объектов, можно сослаться на тот факт, что уравнения гидро- и аэродинамики (без учёта в последних сжимаемости воздуха) практически тождественны. А в случае обтекания со скоростью не более 1/5 скорости звука (или скорости полёта до ≈ 250 – 300 км/ч) наличием сжимаемости воздуха вообще можно пренебречь [6]. Однако здесь, как и для подводного объекта, рассчитанные модельные результаты принимаются гипотетически как качественные оценки.

На рис. 3 наглядно продемонстрировано относительно мощное силовое воздействие на самолёт, возникающее при его посадке с понижением скорости полёта до 200–400 км/ч. Резкое увеличение модуля вертикальной силы ΔF_Y^+ для всех γ_i на графиках указывает на риск провала траектории самолёта. Можно предположить, что такие провалы обусловлены механизмом силового воздействия циркуляции скорости и возникновением дополнительной вер-

тикальной силы, которая может реверсивно изменить своё направление.

В итоге суммарное воздействие подобных сил, приложенных к разным частям самолёта — крыльям и фюзеляжу, в зависимости от направления каждой из них может приводить к резким вертикальным колебаниям траектории полёта, что не редко проявляется в лётной практике.

Благодарности. Авторы признательны А.Т. Ильичёву за полезные обсуждения модели и результатов её расчётов.

Источник финансирования. Работа выполнена в рамках государственного задания ИОРАН (тема № 0149–2019–0004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жмур В.В., Санов Д.А. Катастрофические взвесенные гравитационные потоки в придонном слое океана // *Мировой океан*. Т. 1. Геология и тектоника океана. Катастрофические явления в океане. М.: Научный мир, 2013. С. 499–524.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
3. Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные возмущения при обтекании препятствий стратифицированным потоком конечной глубины // *Океанология*. 2012. Т. 52. № 6. С. 825–835.
4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1976. 408 с.
5. Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Эффекты циркуляционного обтекания подводного препятствия стратифицированным потоком конечной глубины // *Докл. РАН*. 2018. Т. 478. № 3. С. 356–361.
6. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1973. 584 с.

ON THE EFFECT OF CIRCULATORY FLOW AROUND OBJECTS IN MARINE MEDIUM AND ATMOSPHERE

N. N. Korchagin^{1,2}, I. Yu. Vladimirov^{1,2}

¹ P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS R.I. Nigmatulin February 18, 2019

Received April 5, 2019

Analytical expressions of the hydrodynamic reaction of a point dipole in two-layer circulatory fluid flow around it are obtained. The dependence of the wave resistance and the lift force on the flow velocity, the density jump, the circulation and the depth of the sea is investigated. It is shown that the influence of the velocity circulation leads to a change in the lift force acting on the dipole. Moreover, such changes are reversible in a relatively narrow range of the velocity of flow around the pipeline. Along with the pipeline, such features in the nature of the effect of circulation on the lift force can be manifested for self-propelled underwater objects and aerial vehicles.

Keywords: stratified currents, wave resistance, lift force, circulation flow.