

УДК 621.454.3-21:533.6.013.422

АЭРОУПРУГАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

В. Н. Бакулин^{1,*}, М. А. Конопельчев^{2,**}, А. Я. Недбай³

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 23.10.2018 г.

Поступило 16.03.2019 г.

Впервые на основе моментной теории ортотропных оболочек получены уравнения аэроупругой устойчивости композитной цилиндрической оболочки линейно-переменной толщины при нагружении осевыми силами и обтекании сверхзвуковым потоком газа. Решение уравнений ищется в виде тригонометрических рядов по осевой координате. Методом Бубнова–Галёркина задача сводится к бесконечной системе алгебраических уравнений. Полученное характеристическое уравнение аппроксимируется полиномом Лагранжа, устойчивость которого исследуется с помощью критерия Рауса–Гурвица. На числовом примере впервые получены и представлены зависимости и показано влияние градиента изменения толщины, конструкционного демпфирования и величины осевой силы на критическую скорость обтекания сверхзвуковым потоком газа композитной оболочки линейно-переменной толщины. Уточнение результатов расчётов, проведённых по разработанной модели по сравнению с моделью для оболочки со средней толщиной, для значений критических скоростей составляет около 35%, что говорит об актуальности решённой проблемы в свете весового совершенства летательных аппаратов. Предложенная методология расширяет круг решаемых задач и позволяет провести расчёт аэроупругой устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек линейно-переменной толщины при обтекании сверхзвуковым потоком газа.

Ключевые слова: флаттер цилиндрической оболочки, оболочка переменной толщины, устойчивость в сверхзвуковом потоке.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-5652488129-35>

Цилиндрические оболочки находят широкое применение в конструкциях летательных аппаратов (ЛА) [1, 2] и другой современной техники. На поверхности ЛА, движущихся со сверхзвуковой скоростью в плотных слоях атмосферы, происходит унос материала, что приводит к изменению толщин силовых элементов. Использование современных аддитивных технологий с целью получения минимальной массы конструкции часто приводит к созданию оболочек линейно-переменной толщины.

К настоящему времени опубликован ряд работ, в которых рассматривались вопросы расчёта напряжённо-деформированного состояния, динамики и устойчивости оболочек переменной толщины, например, [2–5]. Из обзора работ, приведённого в [6], видно, что флаттер оболочек переменной толщины практически не изучен. В настоящее время в связи с широким внедрением в силовую схему ЛА ком-

позиционных материалов (КМ) и разработкой принципиально новых конструкций из КМ возник класс актуальных задач, связанных с расчётом аэроупругой и динамической устойчивости композитных оболочек [7–13]. Однако флаттер оболочек из КМ переменной толщины до сих пор не исследован.

В представленном сообщении приведены впервые полученные уравнения аэроупругой устойчивости композитной цилиндрической оболочки линейно-переменной толщины и основные этапы решения задачи по флаттеру таких оболочек с помощью рассматриваемой комбинации методов. Из полученных результатов расчётов композитной оболочки линейно-переменной толщины и их анализа впервые установлен ряд важных для науки и практики зависимостей. Впервые получены и представлены зависимости влияния градиента изменения толщины, конструкционного демпфирования и величины осевой сжимающей силы на критическую скорость обтекания сверхзвуковым потоком газа композитной оболочки линейно-переменной толщины. Уточнение результатов расчётов, проведённых по разработанной модели по сравнению с моделью для оболочки со средней толщиной, для значений критических скоростей составляет около

¹ *Институт прикладной механики
Российской Академии наук, Москва*

² *Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)*

³ *АО «Корпорация «Московский институт теплотехники»*

* *E-mail: vbak@yandex.ru*

** *E-mail: konopelchevm@gmail.com*

35%, что говорит об актуальности решённой проблемы в свете весового совершенства летательных аппаратов. Предложенная методология расширяет круг решаемых задач в области проведения расчётов аэроупругой устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек линейно-переменной толщины при обтекании сверхзвуковым потоком газа.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В данной работе предложена модель для исследования флаттера композитной оболочки линейно-переменной толщины, шарнирно опертой по торцам и нагруженной осевыми силами, при обтекании сверхзвуковым потоком газа. Тангенциальной и осевой составляющими инерционных сил пренебрегаем ввиду их малости. Конструкционное демпфирование учитываем согласно гипотезе Рэлея. Расчётная схема оболочки представлена на рис. 1.

Введём безразмерную систему цилиндрических координат, в которой все линейные размеры отнесены к радиусу внутренней поверхности оболочки. Впервые полученные на основе моментной теории ортотропных оболочек уравнения движения представим в виде

$$L_{j1}u + L_{j2}v + L_{j3}w = \delta_{j3}Z \quad (j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

$$L_{11} = h_\alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_1 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + h'_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha};$$

$$L_{12} = a_2 h_\alpha \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} + v_\beta h'_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad L_{13} = v_\beta \left(h_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} + h'_\alpha \right);$$

$$L_{21} = a_2 h_\alpha \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} + a_1 h'_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta};$$

$$L_{22} = h_\alpha \left(a_1 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + a_1 h'_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha};$$

$$L_{23} = a_4 h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta};$$

$$L_{31} = a_3 h_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - 2(h_\alpha^3)' \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - h_\alpha^3 \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3};$$

$$L_{32} = a_5 h_\alpha \frac{\partial}{\partial \beta} - a_{10} h_\alpha^3 \frac{\partial^3}{\partial \alpha^2 \partial \beta} - 2a_6 (h_\alpha^3)' \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta};$$

$$L_{33} = a_5 h_\alpha + h_\alpha^3 \left(\frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 2a_6 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + a_4 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right) + 2(h_\alpha^3)' \left(\frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + a_6 \frac{\partial^3}{\partial \alpha \partial \beta^2} \right) + (h_\alpha^3)'' \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + v_\beta \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right);$$

$$Z = -a_7 \left(a_8 \frac{\partial}{\partial \alpha} + a_9 \frac{\partial}{\partial t} + \rho h_\alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) w;$$

$$a_1 = \frac{G_{\alpha\beta}(1 - v_\alpha v_\beta)}{E_\alpha}; \quad a_2 = a_1 + v_\beta; \quad a_3 = 12R^2 v_\beta;$$

$$a_4 = \frac{E_\beta}{E_\alpha}; \quad a_5 = 12R^2 a_4; \quad a_6 = 2a_1 + v_\beta;$$

$$a_7 = \frac{12R^4(1 - v_\alpha v_\beta)}{E_\alpha}; \quad a_8 = \frac{\kappa_0 \rho_0 M}{R};$$

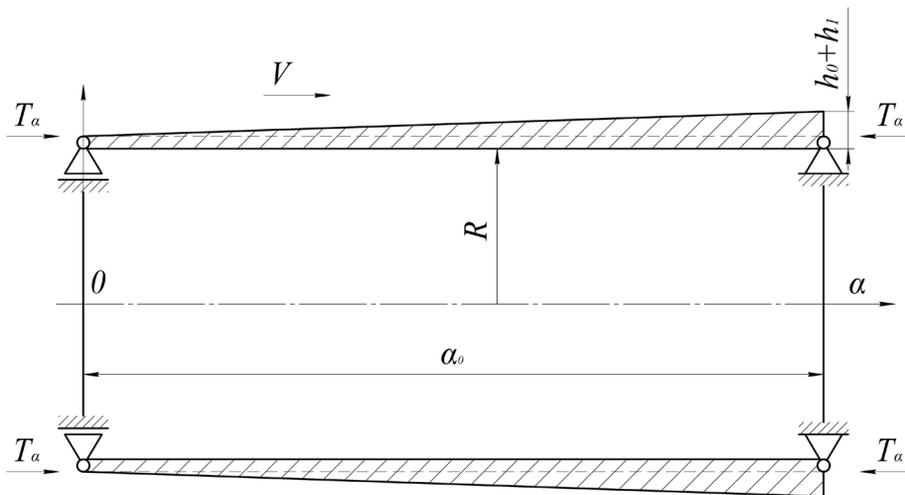


Рис. 1. Расчётная схема.

$$a_9 = \frac{\kappa_0 p_0}{C_0} + \varepsilon \rho h_\alpha; \quad a_{10} = 4a_1 + v_\beta; \quad a_{11} = \frac{T_\alpha}{2\pi R^3},$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{\kappa_0 p_0}{\rho_0}}; \quad \varepsilon = \frac{\delta}{\pi R} \sqrt{\frac{E_\alpha}{\rho}},$$

где L_{ji} — дифференциальные операторы; u , v , w — осевое, окружное и радиальное перемещения внутренней поверхности оболочки; E_α , E_β , $G_{\alpha\beta}$ — осевой модуль упругости, окружной модуль упругости и модуль сдвига; ν_α , ν_β — коэффициенты Пуассона; R — радиус внутренней поверхности оболочки; $h_\alpha = h(\alpha)$ — переменная по оси α толщина оболочки; κ_0 , p_0 , C_0 , ρ_0 — показатель политропы, давление, скорость звука и плотность газа невозмущённого потока; M — число Маха; ρ — плотность материала оболочки; T_α — начальная осевая сила; δ_{ji} — символ Кронекера; штрихом обозначена производная по α ; ε — коэффициент конструкционного демпфирования, δ — декремент затухания. Погрешность операторов L_{ji} из-за принятия в качестве отсчётной внутренней поверхности оболочки равна $\Delta = h_\alpha / (2R - h_\alpha)$, что для таких оболочек составляет менее 1%.

Уравнения (1) с достаточной для практики степенью точности позволяют определить критическую скорость флаттера для произвольного осевого изменения толщины оболочки. При линейном законе изменения толщину оболочки можно представить в виде

$$h_\alpha = h_0 + \lambda \alpha, \quad (2)$$

где $\lambda = h_1 / \alpha_0$; $\alpha_0 = L / R$; h_0 — толщина оболочки на левом торце; h_1 — превышение толщины оболочки на правом торце по сравнению с левым; L — длина оболочки.

Решение уравнений (1) будем искать в виде

$$\begin{aligned} u &= \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{1m} e^{\omega t} \cos \gamma_m \alpha; \\ v &= \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha; \\ w &= \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{3m} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma_m = m\pi / \alpha_0$; m — количество полуволн в осевом направлении; n — количество волн в окружном направлении; ω — комплексная частота.

Подставляя (3) в (1) с учётом (2) и применяя процедуру Бубнова–Галёркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} b_{1k} A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{1m} A_{1m} + b_{2k} A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{2m} A_{2m} + \\ + b_{3k} A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{3m} A_{3m} &= 0; \\ b_{4k} A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{4m} A_{1m} + b_{5k} A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{5m} A_{2m} + \\ + b_{6k} A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{6m} A_{3m} &= 0; \\ b_{7k} A_{1k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{7m} A_{1m} + b_{8k} A_{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{8m} A_{2m} + \\ + b_{9k} A_{3k} + \sum_{m=1}^{\infty} c_{9m} A_{3m} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots);$$

где A_{jk} , A_{jm} — неизвестные постоянные;

$$b_{1k} = -\alpha_0 h_0 (\gamma_k^2 + a_1 n^2) / 2;$$

$$c_{1m} = -\lambda \left[(\gamma_m^2 + a_1 n^2) F_1^{(mk)} + \gamma_m F_5^{(mk)} \right];$$

$$b_{2k} = \alpha_0 h_0 a_2 \gamma_k n / 2;$$

$$c_{2m} = \lambda n \left[a_2 \gamma_m F_1^{(mk)} + \nu_\beta F_5^{(mk)} \right];$$

$$b_{3k} = \alpha_0 h_0 \nu_\beta \gamma_k / 2; \quad c_{3m} = \lambda \nu_\beta \left[\gamma_m F_1^{(mk)} + F_5^{(mk)} \right];$$

$$b_{4k} = \alpha_0 h_0 a_2 n \gamma_k / 2;$$

$$c_{4m} = \lambda n \left[a_2 \gamma_m F_2^{(mk)} - a_1 F_6^{(mk)} \right];$$

$$b_{5k} = -\alpha_0 h_0 (a_1 \gamma_k^2 + a_4 n^2) / 2;$$

$$c_{5m} = -\lambda \left[(a_1 \gamma_m^2 + a_4 n^2) F_2^{(mk)} - a_1 \gamma_m F_6^{(mk)} \right];$$

$$b_{6k} = -\alpha_0 h_0 a_4 n / 2; \quad c_{6m} = -\lambda a_4 n F_2^{(mk)};$$

$$b_{7k} = -\alpha_0 h_0 \gamma_k (a_3 + h_0^2 \gamma_k^2) / 2;$$

$$c_{7m} = -\lambda \gamma_m \left[-6 F_6^{(mk)} h_0^2 \gamma_m + (a_3 + 3 h_0^2 \gamma_m^2) F_2^{(mk)} \right] -$$

$$- 3 h_0 \gamma_m^2 \lambda^2 \left[\gamma_m F_3^{(mk)} - 4 F_7^{(mk)} \right] -$$

$$- \lambda^3 \gamma_m^2 \left[\gamma_m F_4^{(mk)} - 6 F_8^{(mk)} \right];$$

$$b_{8k} = \alpha_0 h_0 n (a_5 + a_{10} h_0^2 \gamma_k^2) / 2;$$

$$c_{8m} = \lambda n \left[(a_5 + 3 a_{10} h_0^2 \gamma_m^2) F_2^{(mk)} - 6 a_6 h_0^2 \gamma_m F_6^{(mk)} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + 3\lambda^2 h_0 \gamma_m n \left[a_{10} \gamma_m F_3^{(mk)} - 4a_6 F_7^{(mk)} \right] + \\
& + \lambda^3 \gamma_m n \left[a_{10} \gamma_m F_4^{(mk)} - 6a_6 F_8^{(mk)} \right]; \\
b_{9k} = & \frac{\alpha_0 h_0}{2} \left\{ -6\lambda^2 (\gamma_k^2 + \nu_\beta n^2) + h_0^2 B_{2k} + a_5 + \right. \\
& + a_7 \left[\left(\frac{\kappa_0 p_0}{C_0 h_0} + \varepsilon \rho \right) \omega + \rho \omega^2 - a_{11} \gamma_k^2 / h_0 \right] \left. \right\}; \\
c_{9m} = & a_7 a_8 \gamma_m F_6^{(mk)} + \\
& + \lambda \left[(\rho \omega^2 a_7 + a_7 \varepsilon \rho \omega + 3h_0^2 B_{2m} + a_5) F_2^{(mk)} - \right. \\
& - 6h_0^2 B_{1m} F_6^{(mk)} \left. \right] - \\
& - 3\lambda^2 h_0 \left[4B_{1m} F_7^{(mk)} - B_{2m} F_3^{(mk)} \right] - \\
& - \lambda^3 \left[6(\gamma_m^2 + \nu_\beta n^2) F_2^{(mk)} + \right. \\
& + 6B_{1m} F_8^{(mk)} - B_{2m} F_4^{(mk)} \left. \right]; \\
B_{1m} = & \gamma_m (\gamma_m^2 + a_6 n^2); \quad B_{2m} = \gamma_m^4 + 2a_6 \gamma_m^2 n^2 + a_4 n^4; \\
F_1^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha \cos \gamma_m \alpha \cos \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_2^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha \sin \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_3^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha^2 \sin \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_4^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha^3 \sin \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_5^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \sin \gamma_m \alpha \cos \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_6^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \cos \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_7^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha \cos \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha; \\
F_8^{(mk)} = & \int_0^{\alpha_0} \alpha^2 \cos \gamma_m \alpha \sin \gamma_k \alpha d\alpha.
\end{aligned}$$

Редуцируя систему (4) до $m = 6$ и приравнявая нулю определитель полученной матрицы, приходим к искомому характеристическому уравнению. Исследование этого уравнения представляет значительные трудности. Поэтому для определения критической скорости воспользуемся следующим приёмом [14, 15].

Представим характеристическое уравнение $P(\omega)$ в полиномиальном виде относительно показателя ω , аппроксимируя его при помощи полинома Лагранжа

$$P(\omega) = \sum_{j=0}^{2r} b_j \omega^{2r-j} = 0, \quad (5)$$

где b_j — неизвестные постоянные коэффициенты. Коэффициенты b_j найдём из системы уравнений

$$\sum_{j=0}^{2r} b_j \omega_i^{2r-j} = P(\omega_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, 2r),$$

задавая ω_i и вычисляя значение определителя характеристического уравнения.

Невозмущённое состояние оболочки в потоке газа будет устойчиво, если все характеристические показатели лежат в левой полуплоскости комплексного пространства, т.е. $\operatorname{Re} \omega_i < 0$. Необходимым и достаточным условием отрицательности действительных частей показателя ω является положительность определителя Гурвица и его главных миноров, составленных из коэффициентов полинома (5) [15]

$$D_j(M) = \begin{vmatrix} b_1 & b_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & b_j & b_{j-1} & b_{j-2} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & b_j \end{vmatrix} > 0$$

($j = 0, 1, 2, \dots, 2r$).

При увеличении параметра M определители $D_j(M)$ будут изменяться, при этом первыми будут обращаться в ноль и затем становиться отрицательными либо b_{2r} , либо D_{2r-1} . Первый случай соответствует дивергенции, а второй — флаттеру оболочки. Критическое значение M , соответствующее флаттеру, определяется выражением $D_{2r-1}(M) = 0$.

ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрена композитная оболочка линейно-переменной толщины (рис. 1), имеющая следующие базовые параметры:

$$L/R = 6; \quad h_0/R = 0,005; \quad E_\beta/E_\alpha = 1,5; \quad G_{\alpha\beta}/E_\alpha = 0,16;$$

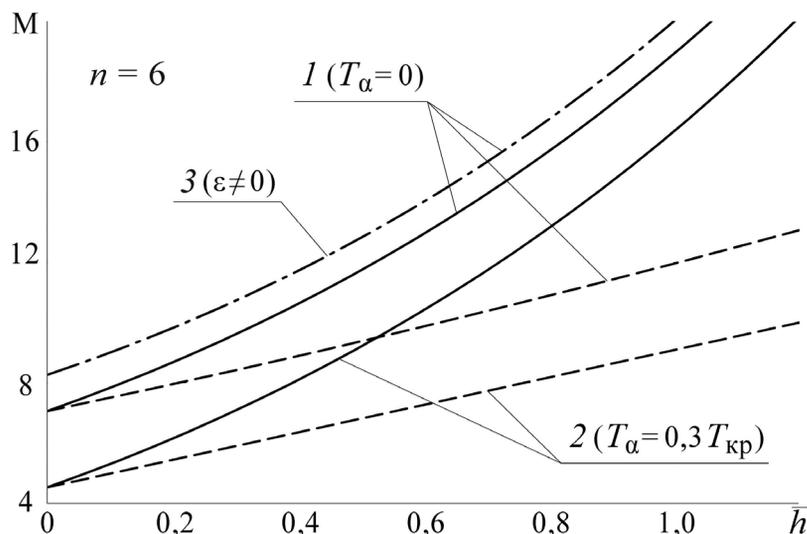


Рис. 2. Зависимость числа Маха от величины превышения конечной толщины оболочки над начальной ($\alpha_0 = 6$).

$v_\beta = 0,23$; $\kappa_0 = 1,4$; $\rho/\rho_0 = 4500$; $p_0/E_\alpha = 1,3 \cdot 10^{-6}$.
 Значения ω_i выбирались с интервалом $\Delta\omega = 60 \text{ c}^{-1}$, $r = 4$.

На рис. 2 приведены значения критической скорости обтекания в числах Маха в зависимости от безразмерной величины $\bar{h} = h_1/h_0$ превышения конечной толщины оболочки над начальной без учёта действия осевой силы (кривая 1) и с учётом (кривая 2, $T_{кр}$ — критическая сила потери устойчивости оболочки с начальной толщиной). Для сравнения штриховой линией показано изменение критической скорости флаттера для оболочки с постоянной среднеинтегральной толщиной ($h_\alpha = h_0 + 0,5h_1$). Штрихпунктирной линией (кри-

вая 3) показано изменение критической скорости при учёте конструкционного демпфирования.

На рис. 3 представлены аналогичные зависимости для оболочки с увеличенной длиной $L/R = 9$.

Из полученных результатов расчётов композитной оболочки линейно-переменной толщины и их анализа впервые установлены важные для науки и практики зависимости:

с увеличением конечной толщины оболочки критическая скорость увеличивается по нелинейному закону: при увеличении толщины \bar{h} от 0 до 0,4 скорость увеличивается на 3,5М, а на участке от 0,4 до 0,8 скорость увеличивается на 5,0М;

с ростом конечной толщины оболочки увеличивается погрешность определения критической

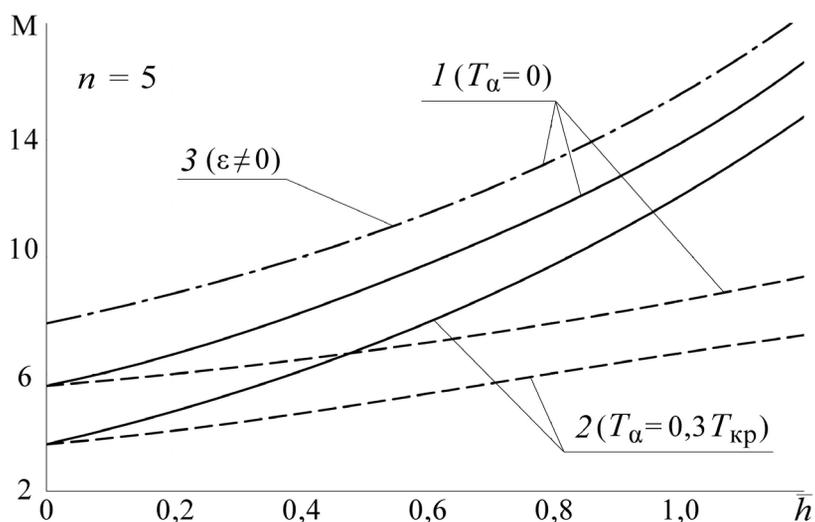


Рис. 3. Зависимость числа Маха от величины превышения конечной толщины оболочки над начальной ($\alpha_0 = 9$).

скорости с использованием среднеинтегральной толщины:

при $\bar{h} = 0,4$ она составляет 19%, а при $\bar{h} = 0,8$ составляет 36%;

наличие осевой сжимающей силы, величиной 30% от критической, снижает скорость флаттера на 2,5М;

даже учёт небольшого конструкционного демпфирования ($\delta = 0,01$) увеличивает расчётную критическую скорость на 1,0М;

увеличение длины оболочки в 1,5 раза снижает критическую скорость приблизительно в 1,3 раза и увеличивает влияние конструкционного демпфирования на 40%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модель расчёта аэроупругой устойчивости композитной цилиндрической оболочки линейно-переменной толщины в сверхзвуковом потоке газа. Полученные с помощью этой модели результаты позволили установить важные для науки и практики зависимости. Уточнение результатов расчётов, проведённых по данной модели, по сравнению с моделью для оболочки со средней толщиной, для значений критических скоростей составляет около 35%, что говорит об актуальности решённой проблемы в свете весового совершенства летательных аппаратов.

Источники финансирования. Работа выполнена в рамках государственного задания, номер государственной регистрации темы АААА–А19–119012290177–0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Липанов А.М., Алиев А.В.* Проектирование РДТТ. М.: Машиностроение, 1995. 397 с.
2. *Бакулин В.Н., Образцов И.Ф., Потопахин В.А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. М.: Физматлит, 1998. 464 с.
3. *Бакулин В.Н.* Исследование напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек при действии радиальной нагрузки, неравномерно распределенной по полукольцевой площадке // Проблемы прочности. 1985. № 5. С. 78–81.
4. *Бакулин В.Н., Мысык Д.А.* К расчету трехслойных оболочек с переменной толщиной заполнителя // Механика композитных материалов. 1980. № 5. С. 933–935.
5. *Бакулин В.Н., Недбай А.Я., Шенелева И.О.* Динамическая устойчивость ортотропной цилиндрической оболочки кусочно-постоянной толщины при действии внешнего пульсирующего давления // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 2. С. 19–25.
6. *Алгазин С.Д., Кийко И.А.* Флаттер пластин и оболочек. М.: Наука, 2006. 247 с.
7. *Бакулин В.Н., Волков Е.Н., Недбай А.Я.* Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами // ДАН. 2015. Т. 463. № 4. С. 414–417.
8. *Бакулин В.Н., Волков Е.Н., Недбай А.Я.* Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действии осевых сил // Инж.-физ. журн. 2016. Т. 89. № 3. С. 742–747.
9. *Бакулин В.Н., Боков М.А., Недбай А.Я.* Аэроупругая устойчивость цилиндрической оболочки из композиционного материала при двухстороннем обтекании // Механика композитных материалов. 2017. Т. 53. № 6. С. 1153–1164.
10. *Бакулин В.Н., Волков Е.Н., Симонов А.И.* Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки при действии переменного по оси внешнего давления // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 4. С. 11–17.
11. *Бакулин В.Н., Данилкин Е.В., Недбай А.Я.* Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной цилиндром и продольными диафрагмами, при внешнем давлении // Инж.-физ. журн. 2018. Т. 91. № 2. С. 564–570.
12. *Бакулин В.Н., Конопельчев М.А., Недбай А.Я.* Флаттер слоистой цилиндрической консольной оболочки, подкрепленной торцевым шпангоутом // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 4. С. 14–19.
13. *Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Конопельчев М.А.* Устойчивость трехслойной оболочки с кольцевыми ребрами в сверхзвуковом потоке газа // Механика композиционных материалов и конструкций. 2017. № 3. С. 435–443.
14. *Москвин В.Г.* Устойчивость круговой цилиндрической оболочки из линейного вязкоупругого материала в сверхзвуковом потоке газа / Тр. 8-й Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1962. С. 527–531.
15. *Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрияшин В.А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. М.: Физматлит, 2014. 408 с.

AEROELASTIC STABILITY OF A CYLINDRICAL SHELL OF LINEARLY VARYING THICKNESS

V. N. Bakulin¹, M. A. Konopelchev², A. Ya. Nedbay³

¹ *Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

² *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*

³ *Moscow Institute of Thermal Technology, Moscow, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov October 23, 2018

Received March 16, 2019

For the first time, the aeroelastic stability equations of a composite cylindrical shell of linearly varying thickness are obtained on the basis of the bending theory of orthotropic shells for a shell subjected to axial forces and supersonic gas flow. The solution of the equations is assumed of the form of a trigonometric series in the axial coordinate. The problem is reduced to an infinite system of algebraic equations by the Bubnov-Galerkin method. The obtained characteristic equation is approximated by the Lagrange polynomial, whose stability is investigated with the use of the Routh-Hurwitz criterion. As a numerical example, the effect of the thickness gradient, structural damping and axial force on the critical velocity for a composite shell of linearly varying thickness in supersonic gas flow is shown. The refinement in the value of the critical velocity resulting from the use of the suggested model is about 35% as compared to the results for a shell of averaged constant thickness. This indicates the relevance of this model for aircraft weight optimization. The suggested approach expands the range of problems to be solved and allows for the analysis of the aeroelastic stability for orthotropic cylindrical shells of linearly varying thickness in supersonic gas flow.

Keywords: flutter of cylindrical shells, shell of varying thickness, stability in supersonic flow.