

УДК 531.36:629.783

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ОРИЕНТАЦИИ В РЕЖИМЕ ТРЁХОСНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

В. М. Кульков, Ю. Г. Егоров, С. О. Фирсюк, В. В. Терентьев, А. О. Шемяков*

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 23.05.2019 г.

Поступило 03.06.2019 г.

Рассматривается задача моделирования режимов управления ориентацией малых космических аппаратов с использованием электромагнитных систем, взаимодействующих с магнитным полем Земли. Разработана математическая модель динамики углового движения МКА. Сформирован закон управления линейных магнитных систем ориентации МКА. Приведены результаты численного моделирования движения спутника с магнитной системой ориентации.

Ключевые слова: космический аппарат, система ориентации и стабилизации, математическое моделирование.

DOI: <https://doi.org/10.31857/S0869-56524884377-382>

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается задача управления ориентацией малых космических аппаратов (МКА) с использованием электромагнитных систем, взаимодействующих с магнитным полем Земли. Приведена математическая модель динамики углового движения космического аппарата, предназначенная для ориентации и стабилизации МКА.

Предложен метод определения закона управления системы ориентации и стабилизации (СОС) космического аппарата, обеспечивающий асимптотическую устойчивость системы.

Для определения динамических характеристик МКА осуществляется формирование математической модели и проведение динамических испытаний. Сравнительный анализ магнитной системы ориентации строится на основе динамически подобно моделирования. Моделирование по критериям подобия для натурального и модельного МКА производится сравнением расчётных параметров и фактически полученных на динамическом стенде экспериментальных данных.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ОРИЕНТАЦИИ

Принцип действия магнитных систем ориентации с электромагнитными исполнительными органами основан на формировании магнитного момента \mathbf{L} ,

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
* E-mail: a.shemyakov@gmail.com

взаимодействие которого с геомагнитным полем создаёт внешний управляющий момент \mathbf{M} [1]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где \mathbf{B} – вектор геомагнитной индукции.

Угловое движение спутника описывается динамическим уравнением:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}, \quad (2)$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{J} \times \boldsymbol{\omega}$ – кинетический момент МКА, \mathbf{J} – тензор инерции аппарата, $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника в связанной системе координат, \mathbf{M} – моменты, действующие на МКА.

Уравнения движения спутника в связанной системе координат:

$$\begin{aligned} J_x \dot{\omega}_x + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z &= M_x, \\ J_y \dot{\omega}_y + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z &= M_y, \\ J_z \dot{\omega}_z + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y &= M_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где J_x, J_y, J_z – моменты инерции спутника относительно главных центральных осей, M_x, M_y, M_z – проекции момента на оси связанной системы координат, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора абсолютной угловой скорости спутника на оси связанной системы координат.

Проекция момента \mathbf{M} на оси связанной системы координат [2]:

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{R_3^3}{R^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 u \sin^2 i} [L_y B_z - L_z B_y], \\ M_y &= \frac{R_3^3}{R^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 u \sin^2 i} [L_z B_x - L_x B_z], \end{aligned} \quad (4)$$

$$M_z = \frac{R_3^3}{R^3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 u \sin^2 i} [L_x B_y - L_y B_x],$$

где R_3 – радиус Земли ($R_3 = 6371$ км); R – радиус орбиты КА; L_x, L_y, L_z – проекции вектора магнитного момента \mathbf{L} на оси связанной системы координат; B_x, B_y, B_z – проекции вектора магнитной индукции геомагнитного поля \mathbf{B} на оси связанной системы координат; i, u – наклонение орбиты и аргумент широты КА в геомагнитной системе координат.

Кинематические соотношения Эйлера принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{1}{\cos \beta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \dot{\beta} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma; \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg} \beta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma). \end{aligned} \quad (5)$$

ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ МАЛЫМ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ОРИЕНТАЦИИ

Выражение для управления \mathbf{M}_y , обеспечивающее совмещение связанной системы координат с опорной системой координат [3]:

$$\mathbf{M}_y = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K} + \mathbf{J} \mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \mathbf{J} \mathbf{W} \mathbf{A} \boldsymbol{\omega}_0 - k_S \mathbf{S} - k_\omega \boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}, \quad (6)$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{J} \times \boldsymbol{\omega}$ – кинетический момент КА, \mathbf{J} – тензор инерции аппарата, \mathbf{A} – матрица направляющих косинусов связанной системы координат относительно орбитальной системы координат, $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника в связанной системе координат, $\boldsymbol{\omega}_0$ – угловая скорость вращения базовой системы координат, $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$ – угловая скорость вращения связанной системы координат относительно орбитальной системы координат, k_S, k_ω – коэффициенты усиления по углу и угловой скорости в законе управления.

Матрица \mathbf{W} имеет вид

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\text{отн.}z} & \omega_{\text{отн.}y} \\ \omega_{\text{отн.}z} & 0 & -\omega_{\text{отн.}x} \\ -\omega_{\text{отн.}y} & \omega_{\text{отн.}x} & 0 \end{bmatrix}.$$

При этом управляющий момент \mathbf{M}_y должен создавать такое конечное состояние, в котором $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} = \mathbf{0}$, а $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ – единичная матрица. Сформированные требования эквивалентны не только выполнению условий $\alpha = \beta = \gamma = 0$, но и обеспечению их асимптотической устойчивости.

Выражение для управления магнитным моментом, обеспечивающего асимптотическую устойчивость положения равновесия, будет иметь следующий вид [4]:

$$\mathbf{L} = [k_S (\mathbf{S} \times \mathbf{B}) + k_\omega (\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}} \times \mathbf{B})] / B^2, \quad (7)$$

где \mathbf{B} – вектор геомагнитной индукции; B – модуль вектора геомагнитной индукции; $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$ – угловая скорость вращения связанной системы координат относительно базовой системы координат; k_S, k_ω – коэффициенты усиления по углу и угловой скорости в законе управления.

В проекциях на оси связанной системы координат:

по углу:

$$\begin{aligned} L_{Sx} &= k_S (S_y b_z - S_z b_y) / B; \\ L_{Sy} &= k_S (S_z b_x - S_x b_z) / B; \\ L_{Sz} &= k_S (S_x b_y - S_y b_x) / B, \end{aligned} \quad (8)$$

по угловой скорости [5]:

$$\begin{aligned} L_{\omega x} &= k_\omega (\omega_{\text{отн.}y} b_z - \omega_{\text{отн.}z} b_y) / B; \\ L_{\omega y} &= k_\omega (\omega_{\text{отн.}z} b_x - \omega_{\text{отн.}x} b_z) / B; \\ L_{\omega z} &= k_\omega (\omega_{\text{отн.}x} b_y - \omega_{\text{отн.}y} b_x) / B. \end{aligned}$$

С учётом $\mathbf{S} = (a_{32} - a_{23}, a_{13} - a_{31}, a_{21} - a_{12})^T$, где $a_{ij}, i, j = 1, 3$ – элементы матрицы \mathbf{A} , первый блок уравнений закона управления (8) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} L_{Sx} &= k_S [(a_{31} - a_{13}) b_z - (a_{12} - a_{21}) b_y] / B; \\ L_{Sy} &= k_S [(a_{12} - a_{21}) b_x - (a_{23} - a_{32}) b_z] / B; \\ L_{Sz} &= k_S [(a_{23} - a_{32}) b_y - (a_{31} - a_{13}) b_x] / B. \end{aligned} \quad (9)$$

Закон управления линейных магнитных систем состоит в формировании магнитного момента \mathbf{L} по информации о векторе магнитной индукции \mathbf{B} и о векторе $\boldsymbol{\omega}$. Закон управления (7) при своей реализации предполагает наличие информации с магнитометров и с датчиков угловых скоростей по трём осям связанной системы координат [6].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В РЕЖИМЕ СТАБИЛИЗАЦИИ

Моделирование по критериям подобия для натурального и модельного МКА производится сравнением расчётных параметров и фактически полученных данных на экспериментальном стенде [7].

Экспериментальный стенд обеспечивает проведение моделирования динамики углового движения МКА с магнитным исполнительным органом (МИО) для режимов управления ориентацией МКА. В наземных условиях проведение эксперимента ограничивается моделированием вращения модели МКА относительно оси его подвеса в экспериментальной уста-

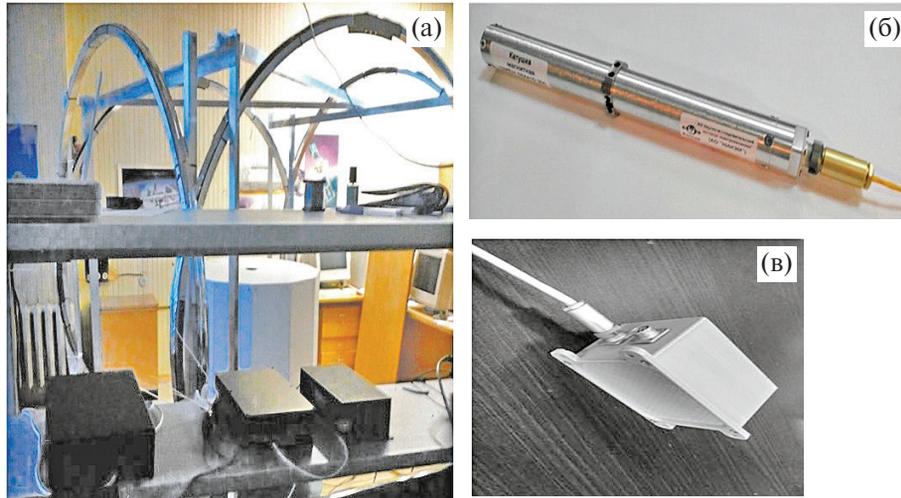


Рис. 1. Экспериментальный стенд с системой обезвешивания и магнитный исполнительный орган.

новке. Общий вид установки, содержащей обезвешенный [8] макет МКА, показан на рис. 1а. Внешний вид магнитного исполнительного органа и его блока управления и контроля [9] показаны на рис. 1б, в.

Катушка МИО установлена по оси x связанной системы координат. Модуль вектора магнитной индукции в точке местоположения экспериментального стенда (г. Москва, широта $\varphi = 55,75222^\circ$ с.ш.; долгота $\lambda = 37,61556^\circ$ в.д.) $B_m = 51$ мкТ, магнитное склонение 7° .

Задача успокоения вращающегося аппарата и ориентация его в заданном направлении решается в два этапа. На первом этапе происходит гашение угловой скорости до уровня, приемлемого для выполнения режима ориентации в течение одного оборота по орбите, для испытываемого на стенде макета космического аппарата это значение находится на уровне $0,1-0,5$ угловых градусов в секунду. При итерационном включении и отключении электромагнитного исполнительного органа формируется тормозящий момент, коррелированный по времени воздействия с угловой скоростью аппарата.

При достижении значения скорости, удовлетворяющего возможности однооборотного углового позиционирования аппарата, включается режим ориентации в соответствии с алгоритмом (7), в процессе которого начинает контролироваться не только взаимное расположение направления внешнего магнитного поля и поля, создаваемого электромагнитом, но ещё и скорость углового движения в сочетании с разницей между текущим и требуемым угловым положением.

Моделирование углового движения МКА возможно осуществлять относительно произвольной оси. Предполагая, что вектор абсолютной угловой

скорости ω совпадает с этой осью подвеса (ОП), можно записать:

$$\omega = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k},$$

где \mathbf{n} , n_x , n_y , n_z — орт и направляющие косинусы ОП; $\dot{\varphi}$ — угловая скорость МКА относительно ОП.

При угловом движении макета МКА относительно ОП уравнения (3) принимают вид

$$\begin{aligned} (J_x n_x - J_{xy} n_y) \ddot{\varphi} + [(J_z - J_y) n_y n_z + J_{xy} n_x n_z] \dot{\varphi}^2 &= M_x, \\ (J_y n_y - J_{xy} n_x) \ddot{\varphi} + [(J_x - J_z) n_x n_z - J_{xz} n_y n_z] \dot{\varphi}^2 &= M_y, \\ J_z n_z \ddot{\varphi} - [(J_y - J_x) n_x n_y + J_{xy} (n_x^2 - n_y^2)] \dot{\varphi}^2 &= M_z, \end{aligned} \quad (10)$$

где J_{xy} , J_{xz} — центробежные моменты инерции спутника относительно осей связанной системы координат; $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ — угловая скорость и угловое ускорение МКА относительно ОП.

Общее решение динамических уравнений Эйлера (10) можно найти аналитически, если предположить, что ОП совпадает с одной из главных центральных осей КА (например, осью y). Удобно перейти к безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$ (здесь ω_0 — угловая скорость орбитального движения КА). Тогда второе уравнение системы (10) запишется в виде

$$a_1 \ddot{\varphi} + a_2 \dot{\varphi}^2 = \bar{M}_y, \quad (11)$$

где $a_1 = n_y - \frac{J_{xy}}{J_y} n_x$; $a_2 = \frac{J_x - J_z}{J_y} n_x n_z - \frac{J_{xy}}{J_y} n_y n_z$;

$$\bar{M} = \frac{M_y}{J_y \omega_0^2}.$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (11) находится в виде

Таблица 1. Базовые масштабные коэффициенты для моделирования динамики углового движения КА с магнитной системой ориентации

Параметр	Натурный КА	Модельный КА	Базовые масштабные коэффициенты		
			K_J	K_B	K_L
Момент инерции КА, J , кгм ²	20	0,59	35	–	–
Индукция магнитного поля Земли, B , Тл	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	–	0,9	–
Магнитный момент магнитной катушки, L , Ам ²	7	1,66	–	–	4,22

Таблица 2. Масштабные коэффициенты для моделирования динамики углового движения КА с магнитной системой ориентации

Параметр	Определяющая формула	Базовые масштабные коэффициенты $K_J = 35; K_B = 0,9; K_L = 4,22$
Угловая скорость орбитального движения, ω_0	$K_{\omega_0} = K_L^{1/2} K_J^{-1/2} K_B^{1/2}$	0,33
Время, t	$K_t = K_{\omega_0}^{-1}$	3,0
Угол, φ	$K_\varphi = 1$	1
Угловая скорость, ω	$K_\omega = K_{\omega_0}$	0,33
Момент, M	$K_M = K_J K_{\omega_0}^2$	3,8
Коэффициент управления по углу, k_s	$K_{k_s} = K_J K_{\omega_0}^2$	3,8
Коэффициент управления по угловой скорости, k_ω	$K_{k_\omega} = K_J K_{\omega_0}$	11,5

Таблица 3. Сравнение параметров для моделирования по критериям подобия

Параметр	Натурный КА	Модельный КА
Угловая скорость КА, ω , °/с	0,3	0,9
Время, t , ч	2	0,67
Момент, M , Нм	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент управления по углу, k_s , Нм	0,004	0,001
Коэффициент управления по угловой скорости, k_ω , Нмс	0,01	$8,7 \cdot 10^{-4}$

$$\tau = C_1 + \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \frac{d\varphi}{\left[C_2 \exp\left(-\frac{2a_2}{a_1} \varphi\right) + \frac{\bar{M}_y}{a_2} \right]^{1/2}}, \quad (12)$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Для сравнительной оценки динамических характеристик при исследовании магнитной ориентации целесообразно ввести масштабные коэффициенты пересчёта параметров при моделировании по отношению к условиям натурального движения МКА по орбите спутника Земли. Для выполнения такого сравнения производные масштабы моделирования выражаются через исходные при помощи условий подобия.

За исходные масштабы моделирования принимаются масштабы независимой размерности: момента инерции K_J , магнитной индукции K_B и магнитного момента токовых катушек K_L .

Базовые масштабные коэффициенты для моделирования магнитной системы ориентации на динамическом стенде приведены в табл. 1.

Масштабные коэффициенты для моделирования магнитной системы ориентации на динамическом стенде приведены в табл. 2.

Сравнение параметров для моделирования по критериям подобия для натурального и модельного КА приведено в табл. 3.

Приведены результаты моделирования динамики спутника с магнитной системой ориентации при движении по полярной орбите высотой $H=550$ км МКА массой 150 кг с моментом инерции $J=20$ кгм² при значении магнитного момента $L=7$ Ам² [7]. На рис. 2 показано изменение углов ориентации α (рис. 2а), β (рис. 2в) и γ (рис. 2б) в зависимости от аргумента широты u . На рис. 2 также показано изменение угловых скоростей КА – ω_x (рис. 2г), ω_y (рис. 2д) и ω_z (рис. 2е) в зависимости от аргумента широты u для натурального (левая шкала) и модельного

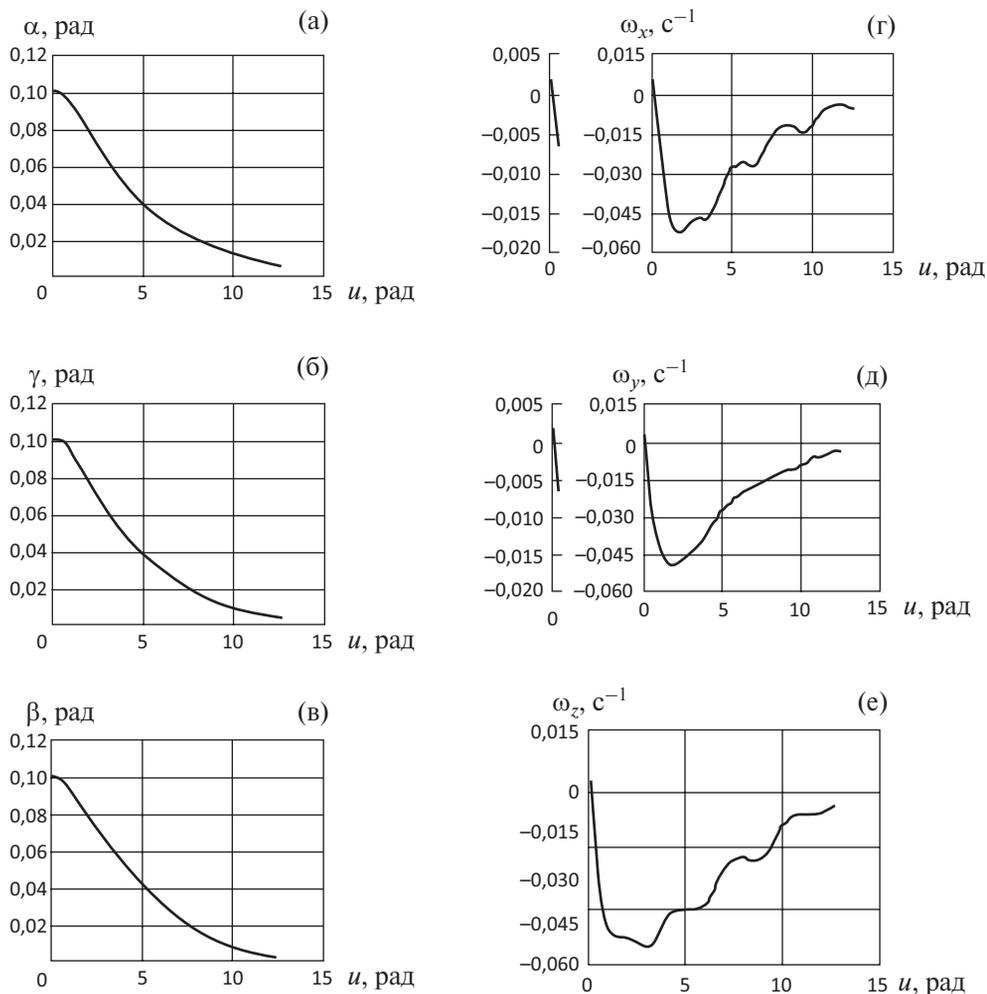


Рис. 2. Кинематические параметры для режима стабилизации МКА.

(правая шкала) КА. Начальные условия для натурального КА: $\alpha = \beta = \gamma = 0,1$ рад, $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0,0017$ с⁻¹, для модельного КА: $\alpha = \beta = \gamma = 0,1$ рад, $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0,0051$ с⁻¹.

Сравнение расчётных результатов и физического моделирования работы исполнительного органа подтверждают правильность созданных математических моделей и их пригодность для масштабных пересчётов функциональных математических моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе аналитическими и численными методами исследована динамика углового движения МКА под управлением магнитной системы ориентации. Представлен подход к формированию асимптотически устойчивых режимов управления, обеспечивающих стабилизацию МКА. Строится алгоритм управления, обеспечивающий ориентацию МКА.

Созданные математические модели и методики расчёта и масштабирования магнитных исполнитель-

ных органов были подтверждены соответствием расчётных параметров и результатов экспериментальной отработки, что позволяет использовать их для максимально широкого спектра проектных задач.

Источники финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках проекта RFMEFI57414 X0103. Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ по государственной поддержке молодых российских учёных – кандидатов наук (МК-3869.2019.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боевкин В.И., Гуревич Ю.Г. и др. Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. М.: Наука, 1976, 304 с.
2. Alifanov O.M., Egorov Y.G., Kulkov V.M, Terent'ev V.V., Firsyuk S.O. An approach to forming the design performance of the attitude control system for small spacecraft // Russian Aeronautics. 2015. V. 58. Iss. 4. 1 October. P. 376–382.

3. *Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S., Penkov V.I.* Three-Axis Active Magnetic Attitude Control Asymptotical Study // *Acta Astronautica*. 2015. V. 110. P. 279–286.
4. *Egorov Yu.G., Kulkov V.M., Terentyev V.V., Firsyuk S.O.* Formation of Motion Modes and Development of Control Algorithms for Small Spacecraft with Geomagnetic System of Orientation and Stabilization // *Appl. Math. Sci.* 2016. V. 10. № 56. P. 2739–2747.
5. *Егоров Ю.Г., Кульков В.М., Терентьев В.В., Фирсюк С.О., Шемяков А.О.* Исследование динамики углового движения и построение алгоритмов управления кинетическим моментом космических аппаратов с использованием магнитной системы ориентации // *ДАН*. 2016. Т. 471. № 2. С. 154–157.
6. *Кульков В.М., Медведский А.Л., Терентьев В.В., Фирсюк С.О., Шемяков А.О.* Моделирование динамики углового движения космических аппаратов с магнитной системой ориентации на основе экспериментальных исследований и динамического подоби-
 7. *Кульков В.М., Егоров Ю.Г., Фирсюк С.О., Терентьев В.В., Шемяков А.О.* Моделирование управления кинетическим моментом малых космических аппаратов с магнитной системой ориентации на основе экспериментальных исследований и динамического подоби-
 8. *Чернышов А.Н., Кургузов А.В., Фирсюк С.О.* Система обезвешивания космического аппарата при наземной отработке. Патент на полезную модель № 172067. Заявка № 2016151243, 26.12.2016. Опубликовано 28.06.2017.
 9. *Чернышов А.Н., Терентьев В.В., Фирсюк С.О.* Электромагнитное устройство ориентации космического аппарата. Патент на полезную модель № 163618. Заявка № 2015155352/11, 23.12.2015. Опубликовано 27.07.2016.

MODELLING THE ATTITUDE DYNAMICS OF SMALL SPACECRAFT WITH A MAGNETIC ATTITUDE CONTROL SYSTEM IN THREE-AXIS STABILIZATION MODE

V. M. Kulkov, Yu. G. Egorov, S. O. Firsyuk, V. V. Terentyev, A. O. Shemyakov

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov May 23, 2019

Received June 3, 2019

The problem of modeling the attitude-control modes of small spacecraft with the use of electromagnetic systems, interacting with the Earth's magnetic field is considered. A small spacecraft angular motion mathematical model is developed. A control law for magnetic attitude control system of small spacecraft is formulated. Results of satellite with magnetic attitude control system movement numerical modelling are presented.

Keywords: spacecraft, pointing and attitude control system, math modeling.