

УДК 521.1+629.78

## АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ СОЗДАНИЯ СТАБИЛЬНОГО СПУТНИКА АСТЕРОИДА АПОФИС КАК ОДНОРОДНОГО ТРЁХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

В. В. Ивашкин<sup>1,2,\*</sup>, П. Гуо<sup>1</sup>

Представлено академиком РАН А. М. Липановым 27.06.2019 г.

Поступило 28.06.2019 г.

Исследована задача создания стабильной орбиты спутника астероида Апофис как однородного трёхосного эллипсоида. Выполнено моделирование движения космического аппарата вокруг астероида с учётом основных возмущений: от притяжения небесных тел, несферичности астероида и давления солнечной радиации — и с учётом собственного вращения астероида. Показано, что есть возможность создать стабильную орбиту спутника астероида. Данная орбита может быть использована для детального изучения характеристик астероида и уточнения его орбиты по радиотехническим наземным измерениям движения спутника, снабжённого радиомаяком.

*Ключевые слова:* орбитальное движение, спутник астероида, астероид Апофис, трёхосный эллипсоид, стабильные орбиты, возмущения.

**DOI:** <https://doi.org/10.31857/S0869-5652489127-33>

Астероид Апофис опасно сблизится с Землёй в 2029 г. Для современных данных об орбите Апофиса существует некоторая теоретическая вероятность его столкновения с Землёй в 2036 г. и в последующие годы. Чтобы можно было сделать надёжные заключения о возможности этого столкновения, надо ещё уточнить орбиту астероида. Одним из способов такого уточнения орбиты Апофиса является длительное, в течение нескольких лет слежение за его спутником с помощью наземных радиотехнических средств. Для осуществления этого эксперимента в некоторых проектах предполагается вывести долговременный спутник с радиомаяком на орбиту вокруг Апофиса. В работах [1, 2] представлены проекты экспедиции к астероиду Апофис с доставкой полезной нагрузки к Апофису для изучения его характеристик и уточнения его орбиты. В АО “НПО им. С.А. Лавочкина” также разрабатывается проект полёта к Апофису с проведением данного эксперимента [3].

В работах [4–6] тоже рассмотрены эти задачи: исследованы оптимальная траектория полёта к Апофису и возврата к Земле, а также пассивное движение спутника вблизи астероида с целью выявления возможности стабильного движения на орбите спутника Апофиса. Так как по данным наблюдений сред-

няя полюсь аппроксимирующего эллипсоида для Апофиса близка к малой полуоси, то при изучении возмущённого движения космического аппарата (КА) у астероида Апофис в данных работах принята приближённая модель однородного вытянутого эллипсоида вращения. Было численно изучено движение КА у астероида Апофис с учётом возмущений от несферичности астероида, притяжения больших небесных тел и давления солнечного света, чтобы выявить возможности стабильного движения КА у Апофиса, когда КА не сталкивается с его поверхностью и не отлетает далеко от него. Было показано, что в случае Апофиса как эллипсоида вращения можно построить стабильную в течение нескольких лет орбиту спутника. Причём эта орбита остаётся стабильной вплоть до тесного сближения Апофиса с Землёй в 2029 г., когда из-за сильного возмущения Землёй КА улетит от астероида. В настоящей работе в развитие работ [4–6] изучается возмущённое движение КА вокруг астероида Апофис как однородного трёхосного эллипсоида, что ближе подходит к реальной форме Апофиса [7]. Цель работы — выявить, сохранится ли данный результат о возможности стабильного движения спутника астероида, если астероид является трёхосным эллипсоидом.

### МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ВОКРУГ АСТЕРОИДА АПОФИС КАК ОДНОРОДНОГО ТРЁХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

Аналогично [4–6] нами принята модель возмущённого движения КА в астероидоцентрической

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской Академии наук, Москва

<sup>2</sup>Московский государственный технический  
университет им. Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет), Москва  
\*E-mail: [ivashkin@keldysh.ru](mailto:ivashkin@keldysh.ru)

геоэкваториальной прямоугольной инерциальной системе координат (СК) с учётом упомянутых выше возмущений. При этом уравнения движения КА имеют вид

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  — астероидоцентрические радиус-вектор и вектор скорости КА;  $\mathbf{a}_1$  — ускорение от притяжения астероида как трёхосного эллипсоида;  $\mathbf{a}_2$  — возмущающее ускорение от притяжения небесных тел (Солнце, Земля, Луна, Юпитер и др.);  $\mathbf{a}_3$  — возмущающее ускорение от давления солнечного света.

Основной трудностью решения данной задачи является расчёт ускорения  $\mathbf{a}_1$ , соответствующего притяжению однородного трёхосного эллипсоида. Ускорение притяжения эллипсоида можно определять по формуле Дирихле, содержащей эллиптические интегралы [8–10]. В частных случаях эллипсоидов вращения эти интегралы имеют аналитическое решение, при этом формулу Дирихле можно выразить через простые элементарные функции [8–11]. Однако в общем случае трёхосного эллипсоида задача сложнее, так как эллиптические интегралы выражаются через специальные функции: в работе [10] — через стандартные неполные эллиптические интегралы первого, второго и третьего рода, а в работе [8] — через эллиптические функции Якоби. Кроме того, часто применяется разложение силовой функции в ряд по сферическим функциям, при этом коэффициенты, характеризующие гравитационное поле однородного эллипсоида, вычисляются по известным формулам, которые даны в [12] и др.

Для анализа этой задачи в нашей работе [13] построены три алгоритма вычисления потенциала и силы притяжения трёхосного эллипсоида. Это, во-первых, алгоритм приближённого определения потенциала, использующий его обычное разложение в ряд по сферическим функциям с учётом гармоник до 4-го порядка включительно. Два других алгоритма определяют потенциал с помощью формулы Дирихле: один вычисляет интегралы в формуле Дирихле численно по квадратурным формулам, другой, аналитический, использует разложения интегралов в быстро сходящиеся ряды.

Рассмотрим потенциальное поле тяготения однородного эллипсоида в связанной системе координат, оси которой направлены по главным осям эллипсоида. Обозначим через  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответственно малую, среднюю и большую полуоси эллипсоида,  $a \leq b \leq c$ . Силовая функция  $U$  выражается по формуле

Дирихле, содержащей эллиптические интегралы  $\bar{U}_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$  [8–10]:

$$U(x, y, z) = 3\mu_A \{ \bar{U}_0(\gamma) + \bar{U}_1(\gamma)x^2 + \bar{U}_2(\gamma)y^2 + \bar{U}_3(\gamma)z^2 \}, \quad (2)$$

$$\bar{U}_0(\gamma) = \frac{1}{4} \int_{\gamma}^{\infty} \frac{ds}{R(s)}, \quad \bar{U}_1(\gamma) = -\frac{1}{4} \int_{\gamma}^{\infty} \frac{ds}{(a^2 + s)R(s)}, \quad (3)$$

$$\bar{U}_2(\gamma) = -\frac{1}{4} \int_{\gamma}^{\infty} \frac{ds}{(b^2 + s)R(s)}, \quad (4)$$

$$\bar{U}_3(\gamma) = -\frac{1}{4} \int_{\gamma}^{\infty} \frac{ds}{(c^2 + s)R(s)},$$

$$R(s) = \sqrt{(a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s)}, \quad (5)$$

где  $\mu_A = fM$  — гравитационный параметр эллипсоида,  $f$  — постоянная тяготения,  $M$  — масса эллипсоида;  $\gamma$  является наибольшим положительным корнем уравнения софокусного эллипсоида относительно  $s$

$$\frac{x^2}{a^2 + s} + \frac{y^2}{b^2 + s} + \frac{z^2}{c^2 + s} = 1. \quad (6)$$

Из (2) получаются формулы для определения составляющих силы притяжения  $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ , действующей на внешнюю точку  $(x, y, z)$ , через частные производные от силовой функции по соответствующим координатам, причём величина  $\gamma$  считается постоянной [8–10]:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial U}{\partial x} = 6\mu_A x \bar{U}_1(\gamma), \\ F_y &= \frac{\partial U}{\partial y} = 6\mu_A y \bar{U}_2(\gamma), \\ F_z &= \frac{\partial U}{\partial z} = 6\mu_A z \bar{U}_3(\gamma). \end{aligned} \quad (7)$$

Для общего случая однородного трёхосного эллипсоида разложением подынтегральных функций в интегралах  $\bar{U}_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , в сходящиеся ряды нами получены их аналитические представления в виде [13]

$$\begin{aligned} \bar{U}_0(\gamma) &= \frac{1}{2h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left(\frac{l}{h}\right)^{2n} S\left(n, \arcsin \frac{h}{u_1}\right), \\ \bar{U}_1(\gamma) &= -\frac{1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left(\frac{l}{h}\right)^{2n} \times \\ &\times \left\{ \left(\frac{h}{u_1}\right)^{2n} \frac{h}{\sqrt{u_1^2 - h^2}} - (2n+1) S\left(n, \arcsin \frac{h}{u_1}\right) \right\}, \\ \bar{U}_2(\gamma) &= -\frac{1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{(2n)!!} \left(\frac{l}{h}\right)^{2n} S\left(n+1, \arcsin \frac{h}{u_1}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\bar{U}_3(\gamma) = \frac{-1}{2h^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \left(\frac{l}{h}\right)^{2n} S\left(n+1, \arcsin \frac{h}{u_1}\right),$$

где

$$u_1 = \sqrt{c^2 + \gamma}, \quad h = \sqrt{c^2 - a^2}, \quad l = \sqrt{c^2 - b^2},$$

$$S(n, \theta) = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \bar{S}(n, \theta), \quad n \geq 0, \quad (9)$$

$$\bar{S}(n, \theta) = \theta - \sum_{m=1}^n \frac{(2m-2)!!}{(2m-1)!!} \sin^{2m-1} \theta \cos \theta =$$

$$= \theta + \sum_{m=1}^n \sum_{j=1}^m \Lambda_{mj} \sin 2j\theta =$$

$$= \theta - \frac{n}{n+1} \sin 2\theta + \sum_{m=2}^n \sum_{j=2}^m \Lambda_{mj} \sin 2j\theta, \quad (10)$$

$$\Lambda_{mj} = \frac{(-1)^j j((m-1)!)^2}{(m-j)!(m+j)!}, \quad 1 \leq j \leq m. \quad (11)$$

В [13] приведены результаты сравнительного анализа потенциала и силы притяжения астероида Апофис для двух- и трёхосного эллипсоидов. Выполненный с помощью численного и аналитического методов анализ показал высокую точность их вычисления с относительной ошибкой  $\sim 10^{-11}$  при сохранении первых 25 членов в рядах (8).

В настоящей работе ускорение  $\mathbf{a}_1$  сначала определяется в астероидо-центрической связанной СК с помощью разработанного алгоритма (7), (8) вычисления силы притяжения эллипсоида по формуле Дирихле. Затем оно преобразуется в инерциальную СК (1). Для этого принято, что астероид регулярно вращается вокруг своей малой оси с периодом  $T_a \approx 30,56$  ч. Направление оси вращения постоянно в пространстве, в эклиптической системе координат оно определяется углами долготы  $250^\circ$  и широты  $-75^\circ$  [4–7].

Гравитационный параметр Апофиса взят в диапазоне  $\mu_A$  от 1,8 до  $2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$  (масса Апофиса  $(2,7\text{--}4,3) \cdot 10^{10}$  кг). Средний радиус Апофиса принят равным 160 м. Поскольку оценка отношений главных осей аппроксимирующего эллипсоида для астероида Апофис дала  $\alpha = c/a \approx 1,5 (\pm 0,2)$ ,  $\alpha_1 = b/a \approx 1,06 (\pm 0,02)$  [7], в настоящей работе анализ выполнен для  $\alpha = (1,3; 1,5; 1,7)$ ,  $\alpha_1 = (1,04; 1,06; 1,08)$ .

Возмущающее ускорение  $\mathbf{a}_2$  от небесных тел вычисляется в модифицированной форме, близкой к методу Энке, аналогично [4–6]. При этом векторы положения небесных тел относительно Солнца определяются из Эфемериды DE421, вектор положения астероида вычисляется интегрированием уравнений возмущённого движения астероида вокруг Солнца

в гелиоцентрической геоэкуаториальной инерциальной СК.

Возмущение  $\mathbf{a}_3$  от давления солнечного света учитывает давление на КА и на панели солнечных батарей при движении вне тени Апофиса. Суммарное возмущающее ускорение  $\mathbf{a}_3$  имеет вид

$$\mathbf{a}_3 = k_s (C_{sc} F_{sc} + C_{sp} F_{sp}) \left(\frac{P}{\tilde{d}^2}\right) \frac{\left(\frac{\mathbf{d}}{\tilde{d}}\right)}{m_{sc}} - \mathbf{a}_{3a}, \quad (12)$$

где  $k_s$  — коэффициент тени ( $k_s = 1$ , если астероид освещён Солнцем,  $k_s = 0$  в противном случае);  $C_{sc}$ ,  $C_{sp}$  — коэффициенты отражения для КА и солнечных панелей;  $F_{sc}$ ,  $F_{sp}$  — их миделевая средняя площадь соответственно;  $P = 4,65 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$  — солнечная постоянная;  $\mathbf{d}$  — радиус-вектор КА относительно Солнца,  $d = |\mathbf{d}|$ ,  $\tilde{d} = \frac{d}{1 \text{ а.е.}}$ ,  $m_{sc}$  — масса КА;  $\mathbf{a}_{3a}$  — ускорение, сообщаемое астероиду давлением солнечной радиации, оно мало:  $\frac{|\mathbf{a}_{3a}|}{|\mathbf{a}_3|} \ll 1$ , поэтому на данном этапе анализа членом  $\mathbf{a}_{3a}$  пренебрегли. При определении коэффициента тени  $k_s$  применена цилиндрическая модель тени и учтено влияние трёхосности астероида.

Для анализа орбит спутника астероида рассмотрены два варианта КА [4–6]. Для главного варианта, соответствующего указанному выше эксперименту с длительным пассивным движением спутника у астероида и последующим уточнением орбиты астероида, рассмотрен мини-КА с радиомаяком. Принято, что этот мини-КА имеет форму шара с диаметром 40 см, массой  $m_{sc} = 10$  кг, для него  $C_{sc} = 1,4$ ;  $F_{sp} = 0$ . Рассмотрен также вариант основного для экспедиции к астероиду КА с кратковременным (до 4 месяцев) пребыванием у астероида и последующим его возвращением к Земле. Для этого КА принято: масса  $m_{sc} = 600$  кг;  $F_{sc} = 5 \text{ м}^2$ ;  $F_{sp} = 10 \text{ м}^2$ ;  $C_{sp} = 1,1$ ;  $C_{sc} = 1,4$ .

С точки зрения анализа времени существования  $T$  космического аппарата на орбите спутника Апофиса в течение этого времени КА не должен столкнуться с поверхностью астероида и не должен отлететь далеко от него, вне сферы действия относительно Солнца, с радиусом  $\sim 2$  км. Для определённости в качестве критерия стабильности движения КА принято, что его высота  $H$  полёта над поверхностью астероида должна меняться в диапазоне  $0 < H < 5$  км.

Орбита КА вычисляется путём совместного интегрирования уравнений движения астероида вокруг Солнца и КА вокруг астероида. Начальной датой  $t_0$

движения КА и астероида выбрано 23.04.2020 г., что соответствует дате подлёта к Апофису для оптимальной траектории полёта к Апофису с возвращением к Земле [4–6]. Начальная орбита КА бралась круговой с радиусом  $r_0$  в диапазоне 0,5–2,0 км. Начальная ориентация плоскости орбиты определялась наклоном  $i_0 = 90^\circ$  и долготой восходящего узла  $\Omega_0 = 90^\circ$ . При этом плоскость орбиты КА примерно ортогональна солнечным лучам, что, как было показано, необходимо для стабильности орбиты КА [4–6]. Для мини-КА с радиомаяком необходимо быть несколько лет вблизи Апофиса при пассивном движении, чтобы обеспечить длительное слежение за спутником Апофиса с помощью наземных радиотехнических средств.

### РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

Для получения надёжных характеристик орбитального движения спутника астероида был приведён обширный комплекс расчётов, позволивших промоделировать особенности этого движения для широкого диапазона основных параметров задачи ( $\mu_A = 1,8\text{--}2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\alpha = 1,3\text{--}1,7$ ;  $\alpha_1 = 1,04\text{--}1,08$ ;  $r_0 = 0,5\text{--}2,0 \text{ км}$ ).

Сначала приведём результаты для мини-КА при учёте всех возмущений на его движение. Главный результат анализа заключается в том, что показана возможность создания стабильной орбиты мини-спутника астероида Апофис как трёхосного эллипсоида. Можно выбрать начальные элементы орбиты КА, чтобы получить стабильную орбиту спутника астероида Апофис в течение нескольких лет — до тесного сближения астероида с Землёй в 2029 г. Для того чтобы создать “устойчивое” с точки зрения “времени жизни” движение мини-КА вокруг астероида в течение нескольких (до 9) лет, можно взять начальную плоскость орбиты примерно ортогонально солнечным лучам (например, для принятой здесь начальной даты 23.04.2020 г. взять начальную круговую орбиту с параметрами  $i_0 = \Omega_0 = 90^\circ$ ) и “рациональный” начальный радиус орбиты ( $r_0 \approx 1,5 \text{ км}$  при  $\mu_A = 1,8\text{--}2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\alpha = 1,3\text{--}1,7$ ;  $\alpha_1 = 1,04\text{--}1,08$ ).

На рис. 1 для данного случая астероида как трёхосного эллипсоида показана эволюция высоты  $H$  мини-спутника над поверхностью Апофиса для одного типичного варианта значений основных параметров, соответствующих  $r_0 = 1,5 \text{ км}$  и начальной ориентации орбиты КА, близкой к ортогональной к направлению астероид—Солнце, здесь начальный угол между нормалью к плоскости орбиты мини-спутника и направлением астероид—Солнце  $\beta \approx 11^\circ$ . Видно, что мини-спутник стабильно держится

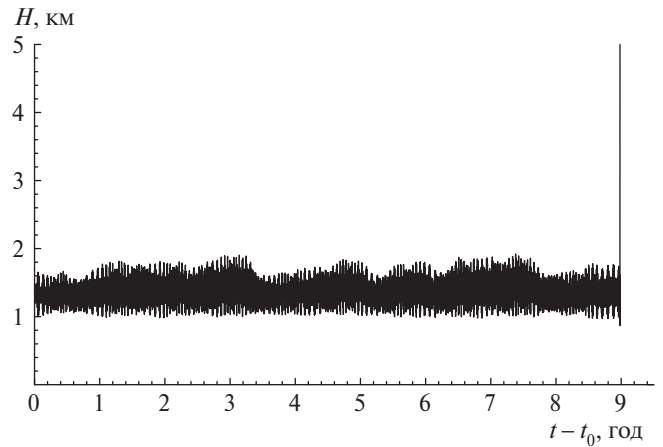


Рис. 1. Эволюция высоты мини-спутника над поверхностью астероида Апофис для случая  $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $i_0 = 90^\circ$ ;  $\Omega_0 = 90^\circ$ ;  $r_0 = 1,5 \text{ км}$ ;  $\alpha = 1,5$ ;  $\alpha_1 = 1,06$ .

вблизи Апофиса в течение ~9 лет — до тесного сближения с Землёй в 2029 г. При этом высота мини-спутника над поверхностью Апофиса меняется в диапазоне от 1 до 2 км. Лишь через ~9 лет после начала полёта, в 2029 г., когда астероид Апофис подлетает к Земле на минимальное расстояние до Земли ~38 тыс. км, спутник улетает от астероида.

На рис. 2 показана эволюция угла  $\beta$  между нормалью к плоскости орбиты мини-спутника и направлением астероид—Солнце для этого же варианта. При этом угол  $\beta$  остаётся малым, меняется в диапазоне от  $0^\circ$  до  $22^\circ$ : орбита спутника прецессирует, оставаясь примерно ортогональной направлению Солнце—астероид, при этом линейные размеры орбиты меняются мало, в основном меняется ориентация плоскости орбиты. На рис. 3 приведена картина орбитального движения мини-спутника в плоскости, ортогональной направлению астероид—Солнце, в течение 9 лет полёта. Здесь ось  $x$  направлена по нормали к плоскости орбиты астероида,

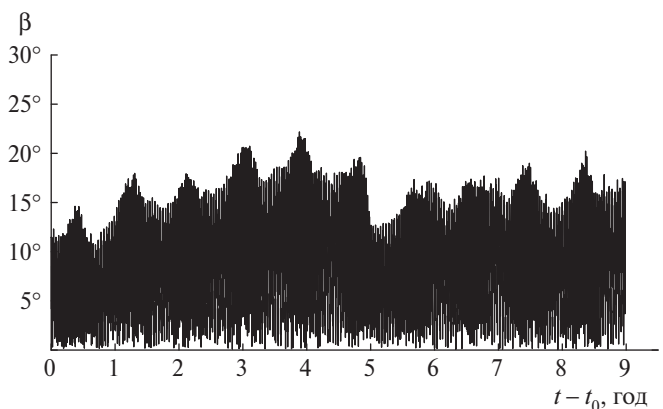
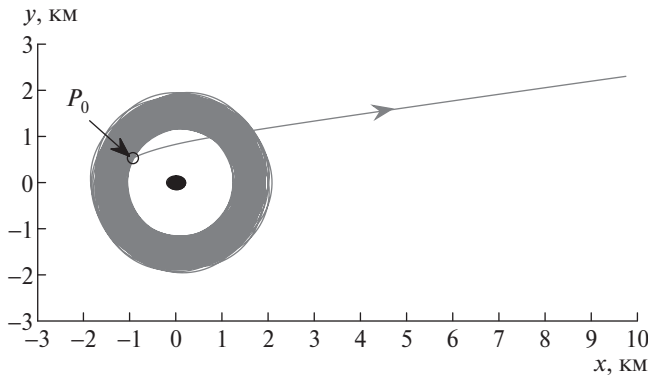


Рис. 2. Эволюция угла  $\beta$  между нормалью к плоскости орбиты мини-спутника и направлением астероид—Солнце для того же случая, что на рис. 1.



**Рис. 3.** Орбитальное движение мини-спутника в плоскости, ортогональной направлению астероид—Солнце, для того же случая, что на рис. 1, 2.

ось  $y$  — по текущей трансверсали движения астероида. В центре этой картины показан астероид. При этом всё время спутник остаётся в близкой окрестности астероида. Он улетает от астероида лишь в конце движения, при тесном сближении Апофиса с Землёй в 2029 г. под влиянием сильного возмущения от Земли. Точка  $P_0$  соответствует началу отлёта спутника от астероида. Для этой заключительной фазы полёта спутника астероида на рис. 4 приведена зависимость высоты  $H$  мини-КА от времени, отсчитываемого от момента  $t_\pi$  прохождения астероида через перигей.

Для выявления допустимых значений начального радиуса круговой орбиты спутника, обеспечива-

ющего стабильное движение в течение 9 лет (2020–2029 гг.), варьировался начальный радиус  $r_0$  орбиты мини-КА в широком диапазоне. Этот анализ позволил выявить “оптимальный” диапазон значений начального радиуса  $r_0$ , для которого при начальной плоскости орбиты мини-КА, ортогональной к солнечным лучам, мини-КА в течение указанных 9 лет будет оставаться около астероида Апофис. При  $\mu_A = 2,86 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\alpha = 1,3–1,7$ ;  $\alpha_1 = 1,04–1,08$  этот диапазон составляет  $r_0 \approx 1,2–2$  км. Для более лёгкого астероида  $\mu_A = 1,8 \text{ м}^3/\text{с}^2$  “оптимальный” диапазон составляет  $r_0 \approx 1,25–1,64$  км. Это близко к случаю эллипсоида вращения, рассмотренному в работах [4–6]. Отметим, что когда начальный радиус  $r_0$  меньше значений в указанных “оптимальных” диапазонах, КА может быстро столкнуться с астероидом, а для высоких орбит, когда  $r_0$  более значения из “оптимальных” диапазонов, КА быстро улетает от астероида из-за слабого притяжения астероида и сильного влияния давления солнечного света, т.е. давление солнечного света как бы “выдувает” спутник из близкой окрестности астероида. Некоторые результаты этого анализа приведены в табл. 1.

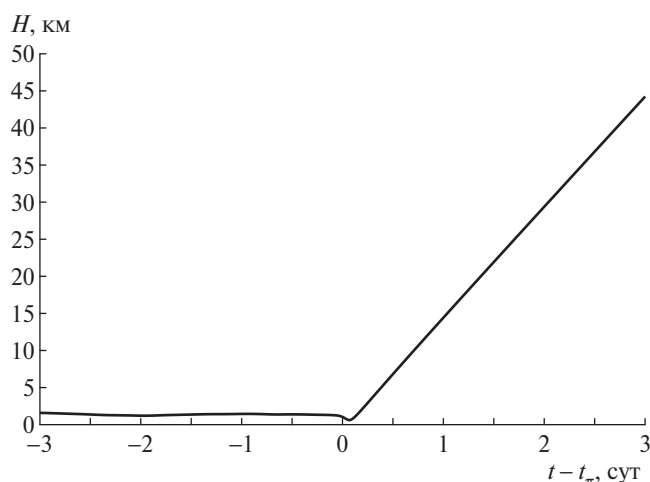
Выполнен также анализ “времени жизни” основного КА. Полученные результаты приведены в табл. 2. Здесь тоже видно малое влияние несферичности астероида на “время жизни” КА, движущегося на “высокой” орбите спутника астероида ( $r_0 \geq 1,5$  км), и значительно большое влияние несфе-

**Таблица 1.** “Время жизни”  $T$  мини-КА при разных значениях параметров  $\mu_A$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_1$  и  $r_0$  для случая начальной круговой орбиты при  $i_0 = 90^\circ$ ,  $\Omega_0 = 90^\circ$

$\mu_A, \text{ м}^3/\text{с}^2$	$\alpha$	$T, \text{ сут}$			
		$r_0 = 0,5 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 1 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 1,5 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 2 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$
1,8	1,3	52; 306; 160	3278; 3278; 3278	3278; 3279; 3279	84; 84; 84
	1,5	74; 93; 156	2036; 3060; 3087	3279; 3284; 3278	84; 84; 84
	1,7	211; 67; 44	2407; 2074; 2417	3279; 3278; 3278	84; 84; 84
2,86	1,3	66; 65; 64	575; 789; 1041	3278; 3282; 3279	3278; 3279; 3278
	1,5	63; 62; 61	1260; 511; 1096	3279; 3278; 3278	3279; 3278; 3279
	1,7	34; 46; 64	228; 820; 570	3278; 3278; 3278	3278; 3278; 3279

**Таблица 2.** “Время жизни”  $T$  основного КА при разных значениях параметров  $\mu_A$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_1$  и  $r_0$  для случая начальной круговой орбиты при  $i_0 = 90^\circ$ ,  $\Omega_0 = 90^\circ$

$\mu_A, \text{ м}^3/\text{с}^2$	$\alpha$	$T, \text{ сут}$			
		$r_0 = 0,5 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 1 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 1,5 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$	$r_0 = 2 \text{ км}$ $\alpha_1 = 1,04; 1,06; 1,08$
1,8	1,3	184; 70; 47	769; 3278; 3278	90; 90; 90	5; 5; 5
	1,5	64; 35; 25	1082; 2045; 2387	90; 90; 90	5; 5; 5
	1,7	43; 60; 54	791; 722; 1095	90; 90; 90	5; 5; 5
2,86	1,3	69; 59; 48	1538; 3281; 3278	3278; 3278; 3279	77; 77; 77
	1,5	47; 45; 44	1305; 598; 966	1755; 3317; 3279	77; 77; 77
	1,7	309; 96; 46	460; 463; 350	1760; 2725; 2067	77; 77; 77



**Рис. 4.** Эволюция высоты мини-спутника над поверхностью астероида Апофис по времени  $t - t_\pi$  для того же случая, что на рис. 1–3.

ричности астероида для КА на низкой орбите спутника астероида ( $r_0 \leq 1$  км). Тем не менее при  $r_0 = 0,5-2$  км “время жизни”  $T$  основного КА обычно более месяца. Отметим, что для основного КА орбита может корректироваться его двигателем, и благодаря этому увеличивается его “время жизни”  $T$ . При этом анализ показывает, что достаточно небольшого запаса бортовой характеристической скорости,  $\sim 2$  м/с, чтобы с помощью двух-трехимпульсных манёвров примерно раз в месяц или реже корректировать орбиту основного КА, поднимая её перигентр и поворачивая её плоскость, чтобы обеспечить годовое движение КА у астероида.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Charania A.C., Schaffer M., Olds J.R., Koeing J. Foresight: A Small Satellite Radio Tagging Mission Design to Near Earth Object Apophis // 26th Int. Symp. on Space Technology and Science (ISTS), Hamamatsu City, Japan, June 1–8, 2008. 10 p.
2. Plescia J.B., Barnourin O., Lawrence D., et al. The Asteroid Probe Experiment (APEX) Mission // 31st Annual AIAA/USU Conf. on Small Satellites. 2017. SSC17-VI-05. 8 p.
3. Автоматические космические аппараты для фундаментальных и прикладных научных исследований / Под общ. ред. проф. Г.М. Полищука и проф. К.М. Пичхадзе. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 660 с.
4. Ивашкин В.В., Лан А. Анализ орбитального движения космического аппарата вокруг астероида Апофис // ДАН. 2016. Т. 468. № 4. С. 403–407.
5. Ивашкин В.В., Лан А. Анализ орбитального движения спутника астероида Апофис // Космич. исслед. 2017. Т. 55. № 4. С. 268–277.
6. Лан А. Методика определения траекторий космического аппарата для экспедиции Земля—астероид—Земля с учетом выбора орбит пребывания у астероида и ее применение для экспедиции к астероиду Апофис: Дис. к.ф.-м.н. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 150 с.
7. Pravec P., Scheirich P., Durech J., et al. The Tumbling Spin State of (99942) Apophis // Icarus. 2014. V. 233. P. 48–60.
8. MacMillan W.D. The Theory of the Potential. N.Y.: Dover, 1958. 528 p.
9. Дубошин Г.Н. Теория притяжения. М.: ГИФМЛ, 1961. 288 с.
10. Кондратьев Б.П. Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М.: Мир, 2007. 512 с.
11. Ивашкин В.В. Модель орбитального движения КА вблизи ядра кометы. Ч. I // Препр. ИПМ им. М.В. Келдыша. 1998. № 57. 32 с.
12. William Boyce. Comment on a Formula for the Gravitational Harmonic Coefficients of a Triaxial Ellipsoid // Celest. Mech. Dyn. Astron. 1997. V. 67. P. 107–110.
13. Гуо П., Ивашкин В.В. Методы вычисления потенциала однородного трехосного эллипсоида и их применение к анализу динамики спутника астероида // Препр. ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 94. 32 с.

**ANALYSIS OF THE POSSIBILITY OF CREATING  
A STABLE SATELLITE ABOUT THE ASTEROID APOPHIS  
AS A HOMOGENEOUS TRIAXIAL ELLIPSOID**

**V. V. Ivashkin<sup>1,2</sup>, Peng Guo<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov June 27, 2019

Received June 28, 2019

The task of creating a stable orbit of the Apophis asteroid satellite as a homogeneous triaxial ellipsoid is investigated. The simulation of the motion of the spacecraft around the asteroid was performed taking into account the main perturbations: from the attraction of celestial bodies, asteroid's non-sphericity and solar radiation pressure, and taking into account the asteroid's own rotation. It is shown that it is possible to create a stable orbit of an asteroid satellite. This orbit can be used for a detailed study of the characteristics of the asteroid and the refinement of its orbit using ground radio measurements of the motion of a satellite equipped with a radio beacon.

*Keywords:* orbital motion, asteroid's satellite, asteroid Apophis, triaxial ellipsoid, stable orbits, perturbations.