

УДК 532.516

## ПОВЕДЕНИЕ ПОРОД С ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ВБЛИЗИ ТРЕЩИН: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В. В. Шелухин<sup>1,2,\*</sup>, академик РАН А. Э. Конторович<sup>2,3,\*\*</sup>

Поступило 27.08.2019 г.

Исходя из законов сохранения и принципов термодинамики предложена математическая модель течения двухфазной гранулированной жидкости. Одна из фаз — вязкопластическая гранулированная жидкость Бингама, другая — вязкая ньютоновская жидкость. Проведён асимптотический анализ уравнений для течений в ячейке Хеле-Шоу, т.е. когда ширина плоского канала много меньше его длины. Построены корреляции между расходами фаз и градиентом давления, приводящие к уравнениям фильтрации двухфазной гранулированной вязкопластической жидкости. Найден критерий инициации движения гранулированной фазы в пористой среде. Установлено, что в зависимости от предельного напряжения сдвига такая фаза не течёт, если малым является либо градиент давления, либо толщина канала. Проведён численный анализ расходов фаз при различных входных параметрах, таких как вязкости фаз, коэффициент сопротивления фаз, предельное напряжение сдвига и т.п. Выявлены факторы, замедляющие проникающее движение твёрдой фазы в пористую среду.

**Ключевые слова:** двухфазные гранулированные жидкости, вязкопластичность, предельное напряжение сдвига, фильтрация.

**DOI:** <https://doi.org/10.31857/S0869-56524894362-367>

В связи с исчерпанием в России в ближайшие десятилетия традиционных запасов нефти всё большее внимание привлекают залежи нефти в кероген-карбонатно-глинисто-кремнистых морских осадочных породах (баженовская свита Западной Сибири, доманиковская свита Волго-Уральской провинции, хадумская свита Северного Кавказа, куонамская свита Восточной Сибири и Якутии и др.).

Кероген-карбонатно-глинисто-кремнистые морские осадочные породы (микститы, бажениты, доманикиты) обычно рассматривались как главные источники скоплений углеводородов, в первую очередь нефти, в осадочной оболочке Земли (Н.Б. Вассоевич, А.Э. Конторович, С.Г. Неручев и др.). Начиная с 60-х гг. XX столетия постепенно стало ясно, что они одновременно являются крупнейшими месторождениями нефти (Ф.Г. Гурари, И.И. Нестеров, Г.Р. Новиков, Ф.К. Салманов, А.В. Тянь и др.).

Несмотря на 60-летний период изучения этих нефтеносных пород, природа их коллектора до сих пор до конца не расшифрована и эффективные методы разработки до сих пор не созданы. Появившиеся в США методы разработки залежей так называемой сланцевой нефти непосредственно на баженовскую свиту перенесены быть не могут.

Особенностью керогенсодержащих пород, имеющих карбонатно-кремнистый, карбонатный или кремнистый скелет, является наличие в нём глинистого и в большой концентрации полимер-липидного цемента (керогена). При воздействии температур и давлений (катагенез) происходят физико-химические превращения, в результате которых кероген частично преобразуется в нефть, углеводородные газы и другие флюиды ( $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $H_2S$ ,  $NH_3$ ). В результате превращений твёрдой фазы керогена во флюиды в породе формируется нефтенасыщенная пустотность типа субгоризонтальных слоёв (“псевдотрещины”), пор и “псевдокаверны” [7]. Пропитанный сорбированными асфальтенами и углеводородами остаточный кероген при пластовых температурах и нагрузках обладает пластичностью.

При определённых условиях такие пластичные компоненты породы могут вытеснить нефть и заполнить поры, каверновые пустоты и трещины. В связи с этим, в частности, возникает вопрос об эффективности технологии гидроразрыва пласта (ГРП)

<sup>1</sup> Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской Академии наук, Новосибирск

<sup>2</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет

<sup>3</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения

Российской Академии наук, Новосибирск

\*E-mail: [shelukhin@hydro.nsc.ru](mailto:shelukhin@hydro.nsc.ru)

\*\*E-mail: [KontorovichAE@ipgg.sbras.ru](mailto:KontorovichAE@ipgg.sbras.ru)

в керогенсодержащих нефтеносных породах. Дело в том, что поровое пространство, создаваемое проппантным наполнителем, который закрепляет трещину ГРП, может быть со временем заполнено (задавлено) пластичной породой.

Цель настоящей работы — разработать математическую модель для определения критерия устойчивости породы вблизи трещин (см. формулы (9)) и для вычисления времени задавливания в случае, когда поровое давление и региональные напряжения в пласте не обеспечивают неподвижность пластичной фазы породы.

В предлагаемом подходе порода трактуется как двухфазная гранулированная среда. При этом скорости флюидов и твёрдой фазы считаются различными, а сама твёрдая фаза считается вязкопластическим гранулированным материалом, обладающим вязкостью и предельным напряжением сдвига. С точки зрения механики процесс задавливания проппантного наполнителя можно рассматривать как фильтрацию двухфазной гранулированной жидкости сквозь пористую среду, образованную проппантом. Основной результат работы — вывод уравнений указанной фильтрации (см. (11)) и исследование скорости фильтрации твёрдой фазы (породы) в зависимости от различных параметров породы и проницаемости проппантного наполнителя.

Многие гранулированные материалы характеризуются не только вязкостью, но и предельным напряжением сдвига. Наличие последнего параметра связано с коллоидными силами между мельчайшими взвешенными частицами [3]. Когда можно провести разделение масштабов между коллоидными частицами и большими неколлоидными частицами, материал можно рассматривать в первом приближении как суспензию неколлоидных частиц, погруженных в вязкопластическую жидкость. Поэтому возникает подход, когда считается, что существенный прогресс в понимании гранулированных материалов можно достичь на пути исследования влияния добавок неколлоидных частиц на вязкопластическую жидкость с известными свойствами [1].

В данной работе применяется другой подход, основанный на континууме Коссера, где каждая материальная частица трактуется как твёрдое тело. В работе [4] на основе термодинамических принципов предложена модель двухфазной среды, которая посвящена совместному течению ньютоновской и гранулированной жидкостей. Последняя описана в рамках континуума Коссера как в теории микрополярной жидкости [2]. Здесь мы рассматриваем более общий случай, когда вмещающая жидкость

обладает свойствами вязкопластического гранулированного материала Бингама, т.е. она характеризуется двумя вязкостями и двумя предельными напряжениями: сдвига и микровращений частиц. В рамках континуума Коссера каждая жидкая частица характеризуется не только скоростью, но и угловой скоростью  $\omega$  и микроинерцией  $J$ .

В уравнении баланса внутренних моментов импульса

$$\rho_s \frac{d(J\omega)}{dt} - \operatorname{div} N = \varepsilon: (T^s)^* + \rho l \quad (1)$$

$\frac{d}{dt}$  — символ материальной производной по вектору скорости гранулированной фазы  $\mathbf{v}(t, \mathbf{x})$ ,  $N$  — тензор моментов напряжений,  $T^s$  — тензор напряжений гранулированной фазы,  $l$  — плотность пар внешних сил,  $\rho_s$  — парциальная плотность гранулированной фазы,

$$\rho_s = \bar{\rho}_s \phi_s, \quad \rho_f = \bar{\rho}_f \phi_f, \quad \rho = \rho_s + \rho_f, \quad \phi_s + \phi_f = 1,$$

где  $\bar{\rho}_f$  и  $\bar{\rho}_s$  — физические плотности,  $\phi_s$  и  $\phi_f$  — объёмные доли фаз. Матрица  $T^*$  в ортонормированном базисе совпадает с транспонированной. Следует отметить, что тензор напряжений Коши  $T^s$  не является симметричным.

Для матриц  $A$  и  $B$  размерности  $3 \times 3$  скалярное произведение  $A : B$  определяется формулой  $A : B = A_{ij} B_{ij}$ . Тензоры  $B = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} - \Omega$ ,  $A = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{x}}$  являются тензорами скоростей деформаций,  $A_{ij} = \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j}$ . Отметим, что тензоры  $B$  и  $A$  объективны по отношению к трансляциям и поворотам [2].

Рассмотрим более общую, чем в [4], реологию гранулированной жидкости, считая её вязкопластической. Как и в работе [6], вязкости и предельное напряжение сдвига можно ввести следующим образом.

Пусть  $B_s$ ,  $A_a$  — симметричная и антисимметричная части тензора  $B$ . Введём обозначения  $B_0 \equiv B_s + \varepsilon B_a$ ,  $\varepsilon = \frac{\mu_a}{\mu_s}$ . Первая вязкость  $\mu_s$  (симметричная) — это хорошо известная сдвиговая вязкость, которая характеризует вес симметричной части тензора скоростей деформаций в напряжённом состоянии жидкости. Вторая вязкость  $\mu_a$  определяет вес в напряжениях несимметричной части тензора скоростей деформаций. В представлении  $T^s = -pI + S^s$ ,  $p$  — давление, а  $S^s$  — вязкая часть тензора напряжений. С помощью субдифференци-

алов определяющие уравнения микрополярной вязкопластической жидкости Бингама записываются в виде [6]

$$S^s \in \partial V(B_0), \quad N \in \partial V_n(A), \quad (2)$$

где

$$V = \mu_s |B_0|^2 + \tau_* |B_0|, \quad V_n = \gamma |A|^2 + \tau_n |A|.$$

По определению включение  $S^s \in \partial V(B_0)$  означает  $S^s: (X - B_0) \leq V(X) - V(B_0)$  для любой матрицы  $X$  размерности  $3 \times 3$ . Здесь  $\gamma$  — коэффициент вязкости, а  $\tau_*$  и  $\tau_n$  — предельные напряжения сдвига.

Заметим, что при  $\mu_a = 0$  приведённые выше реологические соотношения сводятся к классическому определяющему уравнению для жидкости Бингама,

$$\text{так как } B_s = D(v), \quad 2D(v)_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}.$$

Реология другой фазы задаётся типичным уравнением для вязкой жидкости:

$$T^f = -pI + S^f, \quad S^f = 2\mu_f D(u), \\ 2D(u)_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i},$$

где  $\mu_f$  — вязкость,  $\mathbf{u}$  — скорость  $f$ -фазы.

Как установлено в [4], уравнения импульсов фаз имеют вид

$$\frac{\partial(\rho_s \mathbf{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho_s \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \\ = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p - \frac{\rho_s \rho_f}{2\rho} \nabla(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 - k(\mathbf{v} - \mathbf{u}) + \text{div } S^s, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_f \mathbf{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = \\ = -\frac{\rho_f}{\rho} \nabla p + \frac{\rho_s \rho_f}{2\rho} \nabla(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 + k(\mathbf{v} - \mathbf{u}) + \text{div } S^f, \quad (4)$$

где  $k$  — коэффициент сопротивления, матрица  $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$  есть тензорное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . В предположении, что плотности и объёмные доли фаз постоянны, течение двухфазной гранулированной жидкости в данной работе описывается неизвестными функциями  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ ,  $\omega(\mathbf{x}, t)$ , которые удовлетворяют уравнениям (1)–(4).

Рассмотрим течение между двумя горизонтальными параллельными плоскостями в направлении  $x$  под действием заданного градиента давления  $p_x = \text{const} < 0$ ,  $p_y = p_z = 0$  (рис. 1). Обе скорости  $\mathbf{v} = (v, 0, 0)^T$  и  $\mathbf{u} = (u, 0, 0)^T$  зависят лишь от поперечной вертикальной координаты  $y$ ,  $-H < y < H$ , как и в случае течения Пуазейля однофазной вязкой

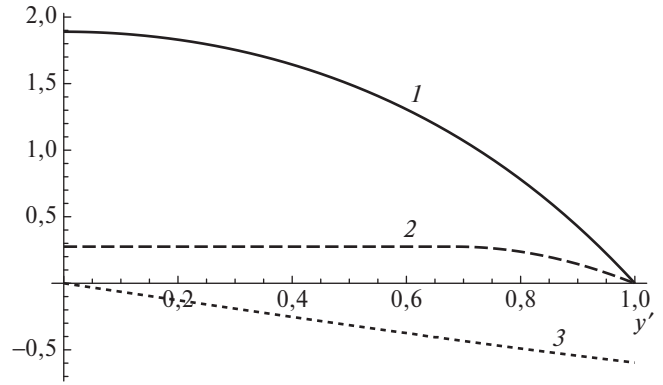


Рис. 1. Профиль безразмерной скорости  $u'$  (жидкая фаза, 1), профиль безразмерной скорости  $v'$  (твёрдая фаза, 2) и безразмерное сдвиговое напряжение  $S' = \tilde{S}_{12}^s h_0 \xi / (\mu_s V)$  (3) для верхней половины течения при  $0 < y' < 1$  для входных данных (10) и при  $|\Pi_x| = 2,85$ . Профиль скорости твёрдой фазы увеличен в 10 раз.

жидкости. То же предположение распространяется и на вектор микровращений  $\omega = (0, 0, \omega)^T$ .

Применим асимптотический анализ, считая поперечную толщину канала  $H$  малой по сравнению с характерным перемещением среды вдоль канала  $L = VT$ , где  $V$  — характерная скорость,  $T$  — характерное время. В результате оказывается, что скорости  $v$ ,  $u$  и сдвиговое напряжение  $S_{12}^s$  удовлетворяют уравнениям

$$0 = -\frac{\rho_s}{\rho} p_x - k(v - u) + \frac{\partial}{\partial y} S_{12}^s, \quad (5)$$

$$0 = -\frac{\rho_f}{\rho} p_x + k(v - u) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_f \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (6)$$

где  $|S_{12}^s| \leq \tau_2$  при  $v_y = 0$  и

$$S_{12}^s = (\mu_s + \mu_a) \partial_y v + \tau_2 \text{sign } \partial_y v \\ \text{при } \partial_y v \neq 0, \quad \tau_2 = \frac{\tau_*(1 + \varepsilon)}{\sqrt{2(1 + \varepsilon^2)}}, \quad \varepsilon = \frac{\mu_a}{\mu_s}. \quad (7)$$

Заметим, что при условии малости параметра  $H/L$  скорость микровращений  $\omega$  не входит в указанные уравнения и может быть восстановлена после решения этих уравнений. Важно лишь учитывать антисимметрическую вязкость  $\mu_a$ , связанную с микровращениями. Скорости удовлетворяют условиям симметрии при  $y = 0$  и условиям прилипания при  $y = H$ :

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=H} = v|_{y=H} = 0. \quad (8)$$

Уравнения (5)–(8) позволяют получить критерий неподвижности твёрдой фазы. Действительно, если

положить  $v = 0$ , то функции  $u$  и  $S_{12}^s$  находятся в виде формул. Условие  $|S_{12}^s| \leq \tau_2$  приводит к следующему неравенству:

$$F_2(\varepsilon)\tau_* \geq H|p_x| \left[ \frac{\rho_s}{\rho} + \frac{\rho_f}{\rho} F_1 \left( H \sqrt{\frac{k}{\mu_f}} \right) \right], \quad (9)$$

где

$$F_2(\varepsilon) = \frac{1 + \varepsilon}{\sqrt{2(1 + \varepsilon^2)}}, \quad F_1(r) = 1 - \frac{1}{r} \frac{e^r - e^{-r}}{e^r + e^{-r}}.$$

Из (9) следует, что в зависимости от предельного напряжения сдвига твёрдая фаза не течёт, если малым является либо градиент давления, либо толщина канала.

Рассмотрим общий случай течения двух фаз, когда этот критерий нарушен. Перейдём к безразмерным переменным  $y' = \frac{y}{H}$ ,  $u' = \frac{u}{V}$ ,  $v' = \frac{v}{V}$ , где  $H_0$  — характерная толщина ячейки Хеле-Шоу и  $V$  — характерная скорость. Безразмерные параметры

$$\xi = \frac{H}{H_0}, \quad \Pi_x = \frac{p_x H_0^2}{V \mu_s}, \quad \tau_1 = \frac{\tau_* H_0}{\mu_s V},$$

$$k_1 = \frac{k H_0^2}{\mu_s}, \quad \varepsilon = \frac{\mu_a}{\mu_s}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\mu_f}{\mu_s}$$

определяют все свойства решений.

Типичные профили скоростей, вычисленные по системе (5)–(8) при

$$\xi = 1, \quad \Pi_x = -2,85, \quad R_s = 0,7, \quad R_f = 0,3, \quad (10)$$

$$\varepsilon = 3, \quad \varepsilon_1 = 0,1, \quad k_1 = 0,3, \quad \tau_1 = 1,9$$

имеют вид, как на рис. 1. Выбор параметров в (10) не связан с конкретными пластовыми данными. Вариация этих параметров не приводит к качественным изменениям. Смысл вычислений — показать, что модель соответствует процессам в породе. Полученные теоретические результаты показывают, какие параметры важны и какие лабораторные эксперименты для этого необходимо проводить. Отметим, что в вязкопластической твёрдой фазе имеется твердотельное ядро, все частицы которого текут с одинаковой скоростью. При увеличении предельного напряжения сдвига  $\tau_*$  это ядро увеличивается. Также на рис. 1 видно, что напряжение в твердотельном ядре меньше предельного: при данных (10) безразмерное напряжение  $S' = \frac{\tilde{S}_{12} h_0 \xi}{\mu_s V}$  удовлетворяет

$$\text{в ядре оценке } |S'| \leq \frac{\tau_1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} = 0,425.$$

Введём средние безразмерные скорости фаз  $Q_s = \int_0^1 v'(y') dy'$ ,  $Q_f = \int_0^1 u'(y') dy'$ . Приведём вычисления зависимостей безразмерных средних скоростей от безразмерного градиента давления  $\Pi_x$ . На рис. 2 показаны кривые этих зависимостей при входных данных (10). Полученные кривые можно трактовать как нелинейные законы фильтрации фаз. Видно, что для твёрдой фазы имеет место эффект предельного градиента давления: фаза не течёт, если градиент давления не превосходит некоторого критического значения  $|\Pi_x^c|$ .

Относительно жидкой фазы можно сделать вывод, что она никогда не останавливается при  $\Pi_x \neq 0$ . Рисунок 3 демонстрирует поведение средних скоростей  $Q_f$  и  $Q_s$  в зависимости от роста предельного безразмерного напряжения сдвига  $\tau_1$ . Твёрдая фаза не течёт при достаточно больших значениях предельного напряжения сдвига  $\tau_*$ . Уменьшение тол-

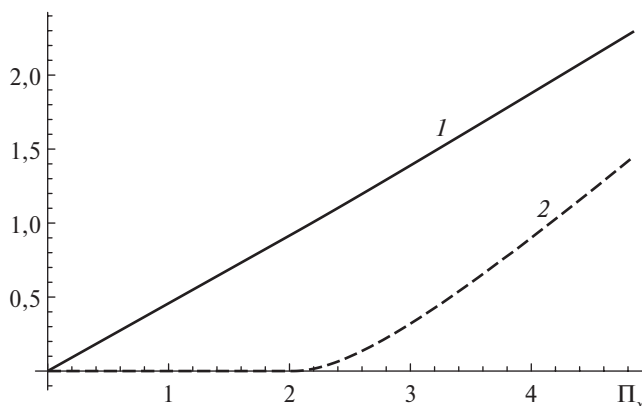


Рис. 2. Безразмерные средние скорости  $Q_f$  (жидкая фаза, 1) и  $Q_s$  (твёрдая фаза, 2) в зависимости от модуля безразмерного градиента давления  $|\Pi_x|$  при входных данных (10).

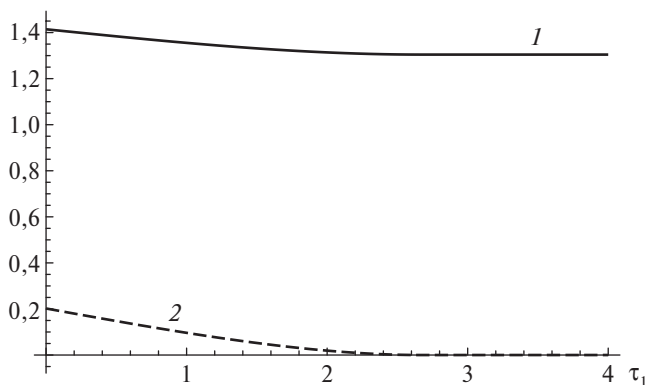
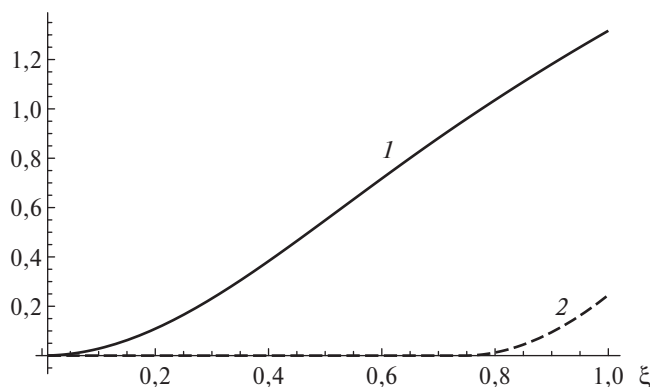


Рис. 3. Безразмерные средние скорости  $Q_f$  (жидкая фаза, 1) и  $Q_s$  (твёрдая фаза, 2) в зависимости от безразмерного напряжения сдвига  $0 < \tau_1 < 4$  при входных данных (10) и  $|\Pi_x| = 2,85$ .





**Рис. 4.** Безразмерные средние скорости  $Q_f$  (жидкая фаза, 1) и  $Q_s$  (твёрдая фаза, 2, увеличение в 10 раз) в зависимости от безразмерной толщины  $\xi$  при входных данных (10).

щины канала до некоторого критического размера ведёт к остановке твёрдой фазы (рис. 4).

В теории смазки хорошо известно, что средняя по сечению канала скорость вязкой ньютоновской жидкости даётся формулой  $q = -\frac{H^2 p_x}{3\mu}$ . Если заме-

нить  $\frac{H^2}{3}$  на  $\frac{K}{\phi}$ , формула превращается в закон Дарси для пористой среды с пористостью  $\phi$  и проницаемостью  $K$ :  $\phi q = -\frac{K p_x}{\mu}$ . Аналогично, если заменить  $\frac{H^2}{3}$  на  $\frac{K}{\phi}$ , то формулы (точнее, компьютерная программа)

$$Q_f = -\frac{\Pi_x \xi^2}{3} F_f(\xi, \Pi_x, \tau_1, k_1, \varepsilon, \varepsilon_1),$$

$$Q_s = -\frac{\Pi_x \xi^2}{3} F_s(\xi, \Pi_x, \tau_1, k_1, \varepsilon, \varepsilon_1),$$

основанные на построенном выше численном решении, превращаются в нелинейные законы фильтрации

$$q_f = -\frac{K p_x}{\phi \mu_1}, \quad q_s = -\frac{K p_x}{\phi \mu_2} \quad (11)$$

с эффективными вязкостями

$$\mu_1 = \frac{\mu_s}{F_f\left(\frac{H}{H_0}, \frac{p_x H_0^2}{V \mu_s}, \frac{\tau_* H_0}{\mu_s V}, \frac{k H_0^2}{\mu_s}, \frac{\mu_a}{\mu_s}, \frac{\mu_f}{\mu_s}\right)},$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_s}{F_s\left(\frac{H}{H_0}, \frac{p_x H_0^2}{V \mu_s}, \frac{\tau_* H_0}{\mu_s V}, \frac{k H_0^2}{\mu_s}, \frac{\mu_a}{\mu_s}, \frac{\mu_f}{\mu_s}\right)}$$

при  $\frac{H_0^2}{3} = \frac{K}{\phi}$ , где  $q_i = V Q_i$  — физические средние скорости фаз,  $i = f, s$ .

Итоги работы состоят в следующем. Предложена математическая модель деформации флюидонасыщенной вязкопластической породы вблизи трещины с целью оценки динамики поглощения разломов. Гранулированные свойства породы твёрдой фазы описаны в рамках континуума Коссера, когда каждый инфинитезимальный объём материала характеризуется не только скоростью, но и вращением. Сформулирован критерий неподвижности твёрдой фазы, связанный с её предельным напряжением сдвига. Численными методами определена подвижность породы в зависимости от перепадов давления, проницаемости трещины и предельного напряжения сдвига. Теоретические результаты показывают, что для оценки реального времени задавливания трещины необходимо в лабораторных условиях определять прежде всего величину предельного напряжения сдвига породы.

**Источники финансирования.** Работа выполнена в рамках Проекта 72 Комплексной программы фундаментальных исследований Сибирского отделения Российской Академии наук П.1 (разработка математической модели) и при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 14 W03.31.0002 (разработка вычислительного алгоритма и вычисления).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chateau X., Ovarlez G., Trung K.L. Homogenization Approach to the Behavior of Suspensions of Noncolloidal Particles in Yield Stress Fluids // J. Rheol. 2008. V. 52. P. 489–506.
2. Eringen A.C. Microcontinuum field theories. N.Y.: Springer-Verlag, 1999.
3. Mewis J., Wagner N. Colloidal Suspension Rheology. Cambridge: Cambridge University, 2012.
4. Shelukhin V.V. Thermodynamics of Two-Phase Granular Fluids // J. Non-Newtonian Fluid Mechanics. In press. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2018.02.004>
5. Shelukhin V.V. Bingham Viscoplastic as a Limit of Non-Newtonian Fluids // J. Mathematical Fluid Mechanics. 2002. V. 4. P. 109–127.
6. Shelukhin V.V., Růžička M. On Cosserat–Bingham Fluids // Z. angew. Math. Mech. 2013. Bd 93. № 1. S. 57–72.
7. Конторович А.Э., Родякин С.В., Буриштейн Л.М., Костырева Е.А., Рожкова С.В., Ян П.А. Пористость и ненасыщенность баженковской свиты // Геология нефти и газа. 2018. № 3. С. 61–73.

## BEHAVIOR OF VISCOPLASTIC ROCKS NEAR FRACTURES: MATHEMATICAL MODELLING

V. V. Shelukhin<sup>1,2</sup>, Academician of the RAS A. E. Kontorovich<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,  
Novosibirsk, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation*

<sup>3</sup>*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics,  
Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation*

Received August 27, 2019

Starting from conservation laws and basic thermodynamic principles we derive equations for a two-phase granular fluid. The first phase is the granular viscoplastic Bingham fluid and the second phase is the viscous Newtonian fluid. We perform an asymptotic analysis of the equations for the flows in the Hele-Shaw cell when the channel width is well much below its length. While calculating the fluid fluxes-pressure gradient relationship, we derive laws of flow of the two-phase granular viscoplastic fluid through porous media. A criterium is formulated for the start up of the granular phase flow through a porous medium. Given a yield stress, we prove that such a phase does not flow if either or both pressure gradient and channel width are small. We calculated phase flows varying phase viscosities, phase resistivities and yield stress. We reveal reasons which slow down particle intrusion into a porous medium.

**Keywords:** two-phase granular fluids, viscoplasticity, yield stress, flows in porous media.