ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, *2019*, *том 488*, *№ 5*, *с. 467–470*

МАТЕМАТИКА

УДК 517.956

О НЕКОТОРЫХ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРАХ

А. Д. Баев*, А. А. Бабайцев, В. Д. Харченко

Представлено академиком РАН Б.С. Кашиным 29.01.2019 г.

Поступило 12.03.2019 г.

В работе исследуется новый класс вырождающихся псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим ещё от комплексного параметра. Псевдодифференциальные операторы построены по специальному интегральному преобразованию. Доказаны теоремы о композиции и ограниченности этих операторов в специальных весовых пространствах. Исследовано поведение этих операторов на гиперплоскостях вырождения. Установлены теоремы о коммутации этих операторов с операторами дифференцирования. Построен сопряжённый оператор и доказан аналог неравенства Гординга для вырождающихся псевдодифференциальных операторов.

Ключевые слова: вырождающийся псевдодифференциальный оператор, композиция, коммутатор, сопряжённый оператор, весовые пространства, неравенство Гординга.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524885467-470

Исследование математических моделей вырождающихся процессов потребовало развитие теории вырождающихся уравнений, что, в свою очередь, потребовало развитие теории псевдодифференциальных операторов. Краевые задачи для вырождающихся уравнений относятся к неклассическим задачам математической физики. Одна из главных трудностей, возникающих в теории вырождающихся уравнений, связана с влиянием младших (в смысле теории регулярных операторов) членов уравнения на постановку граничных задач и их коэрцитивную разрешимость.

Основополагающей работой в теории эллиптических задач с вырождением является работа М.В. Келдыша [1], в которой показано, что гладкость решений вырождающихся эллиптических уравнений второго порядка существенно зависит от поведения младших членов уравнения в окрестности многообразия вырождения. Исследование вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка при "степенном" характере вырождения было начато в работе М.И. Вишика и В.В. Грушина [2]. Дальнейшее развитие теории коэрцитивной разрешимости вырождающихся уравнений потребовало соответствующего развития теории псевдодифференциальных операторов. Одним из направлений развития этой теории стало введение и исследование классов весовых псевдодифференциальных операторов, построенных с помощью специального интегрального преобразования F_α, введённого в [3]. Исследование весовых псевдодифференциальных операторов с постоянным символом позволило разработать метод исследования общих краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений (см. [3, 4]). При этом вырождение носит не только "степенной" характер, но и произвольный. Другой метод использования псевдодифференциальных операторов в теории вырождающихся уравнений был применён С.З. Левендорским [5]. В отличие от работы [5], мы не требуем, чтобы весовая функция $\alpha(t)$, определяющая вырождение, принадлежала пространству $C^\infty(R^1)$. Далее были исследованы некоторые классы весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом (см. [4, 6]), что позволило исследовать новые классы граничных задач для вырождающихся эллиптических уравнений высокого порядка.

В настоящей работе исследуются свойства нового класса весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящих от комплексного параметра. Потребность в исследовании таких операторов возникла при изучении начально-краевых задач для вырождающихся параболических уравнений.

Введём в рассмотрение функцию, для которой $\alpha(+0)=\alpha'(+0)=0$, $\alpha(t)>0$ при $t>0$, $\alpha(t)=\text{const}$ для $t\geq d$ при некотором $d>0$. Рассмотрим интегральное преобразование

$$F_\alpha[u(t)](\eta)=\int_0^{+\infty}u(t)\exp\left(i\eta\int_t^d\frac{d\rho}{\alpha(\rho)}\right)\frac{dt}{\sqrt{\alpha(t)}},$$

определённое, например, на функциях $u(t)\in C_0^\infty(R_+^1)$. Такое преобразование было введено и исследовано

Воронежский государственный университет

**E-mail: alexsandrbaev@mail.ru*

в [3]. Для преобразования F_α справедлив аналог равенства Парсеваля $\|F_\alpha[u](\eta)\|_{L_2(R^1)} = \sqrt{2\pi}\|u\|_{L_2(R^1_+)}$, что даёт возможность расширить это преобразование до непрерывного преобразования, осуществляющего гомеоморфизм пространств $L_2(R^1)$ и $L_2(R^1_+)$. Это равенство позволяет также рассмотреть преобразование F_α на некоторых классах обобщённых функций. Для расширенного таким образом преобразования F_α сохраним старое обозначение. Обозначим через F_α^{-1} обратное к F_α преобразование. Это преобразование можно записать в виде

$$F_\alpha^{-1}[w(\eta)](t) = \frac{1}{\sqrt{\alpha(t)}} F^{-1}_{\eta\to\tau}[w(\eta)]\Big|_{\tau=\varphi(t)},$$

где $F^{-1}_{\eta\to\tau}$ – обратное преобразование Фурье. На функциях $u(t) \in C_0^\infty(\overline{R}^1_+)$ выполняются соотношения

$$F_\alpha[D^j_{\alpha,t}u](\eta) = \eta^j F_\alpha[u](\eta), \quad j = 1, 2, \dots,$$

где $D_{\alpha,t} = \frac{1}{i}\sqrt{\alpha(t)}\partial_t\sqrt{\alpha(t)}, \ \partial_t = \frac{\partial}{\partial t}.$

Рассмотрим весовой псевдодифференциальный оператор с символом, зависящим от комплексного параметра λ. Этот оператор определён формулой

$$P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})v(x,t) = $$
$$= F^{-1}_{\xi\to x}F_\alpha^{-1}\left[p(\lambda, t, \xi, \eta)F_\alpha F_{x\to\xi}[v(x,t)]\right],$$
$$D_x^\tau = i^{|\tau|}\partial^{\tau_1}_{x_1}\partial^{\tau_2}_{x_2}\dots\partial^{\tau_{n-1}}_{x_{n-1}}.$$

Определение 1. Будем говорить, что символ $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ весового псевдодифференциального оператора $P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ принадлежит классу символов $S^{\sigma,\rho}_{\alpha,\lambda}(\Omega)$, где $\Omega \subset \overline{R}^1_+$ – открытое множество, λ – комплексное число

$$\left(\lambda \in Q = \{\lambda \in C, |\arg\lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\}\right),$$

σ – действительное число, $\rho \in (0; 1]$, если функция $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ является бесконечно дифференцируемой функцией по переменной $t \in \Omega$ и по переменной $\eta \in R^1$. Причём при всех $m = 0, 1, 2, \dots, \ l = 0, 1, 2, \dots$ справедливы оценки

$$\left|\left(\alpha(t)\frac{\partial}{\partial t}\right)^m \frac{\partial^l}{\partial\eta^l} p(\lambda, t, \xi, \eta)\right| \le c_{m,l}\left(|\lambda|^2 + |\xi|^2 + |\eta|^2\right)^{\frac{1}{2}(\sigma - \rho l)}$$

с константами $c_{m,l} > 0$, не зависящими от $\xi \in R^{n-1}, \ \eta \in R^1, \ \lambda \in C, \ t \in \Omega$.

Определение 2. Пространство $H_{s,\alpha}(R^n_+)$ (s – действительное число) состоит из всех функций $v(x,t) \in L_2(R^n_+)$, для которых конечна норма

$$\|v\|^2_{s,\alpha,\lambda} = \int_{R^n} (1 + |\lambda|^2 + |\xi|^2 + \eta^2)^s \left|F_\alpha F_{x\to\xi}[v(x,t)]\right|^2 d\xi d\eta,$$

зависящая от параметра λ.

Определение 3. Пространство $H_{s,\alpha,q}(R^n_+)$ ($s \ge 0, q > 1$) состоит из всех функций $v(x,t) \in H_{s,\alpha}(R^n_+)$, для которых конечна норма

$$\|v\|_{s,\alpha,q,\lambda} = \left\{\sum_{l=0}^{[s/q]}\left\|F^{-1}_{\xi\to x}F^{-1}_\alpha\left[(1 + |\lambda|^2 + |\xi|^2 + \eta^2)^{\frac{s-ql}{2}} \times \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\times F_\alpha F_{x\to\xi}[\partial^l_t v]\right]\right\|^2_{L_2(R^+_n)}\right\}^{\frac{1}{2}},$$

зависящая от параметра λ. Здесь $[s/q]$ – целая часть числа s/q.

Доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. *Пусть* $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ *и* $Q(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ – *весовые псевдодифференциальные операторы. Предположим, что их символы* $p(\lambda, t, \xi, \eta)$, $q(\lambda, t, \xi, \eta)$ *принадлежат классам* $S^{m_1,\rho}_{\alpha,\lambda}(\Omega)$, $S^{m_2,\rho}_{\alpha,\lambda}(\Omega)$ (m_1, m_2 – *действительные числа*, $\rho \in (0; 1]$), $\lambda \in Q = \{\lambda \in C, |\arg\lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\}$. *Тогда для любого* $N \ge 0$ *существует* $N_1 > 0$ *и такой символ* $T_{N_1}(\lambda, t, \xi, \eta) \in S^{-N}_{\alpha,\lambda}(\Omega)$, *что справедливо равенство*

$$P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})Q(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t}) -$$
$$-\sum_{j=1}^{N_1-1} R_j(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t}) = T_{N_1}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t}),$$

где $T_{N_1}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ – *весовой псевдодифференциальный оператор с символом* $T_{N_1}(\lambda, t, \xi, \eta)$, *а* $R_j(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ – *весовые псевдодифференциальные операторы с символами*

$$r_j(\lambda, t, \xi, \eta) = \frac{1}{j!}\partial^j_\eta p(\lambda, t, \xi, \eta)\cdot(\alpha(t)\partial_t)^j q(\lambda, t, \xi, \eta).$$

Теорема 2. *Если* $p(\lambda, t, \xi, \eta) \in S^{m,\rho}_{\alpha,\lambda}(\Omega)$, m – *действительное число*, $\rho \in (0; 1]$, $\lambda \in Q = \{\lambda \in C, |\arg\lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\}$, *то весовой псевдодифференциальный оператор* $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ *для любого действительного* s *есть ограниченный оператор из* $H_{s+m,\alpha}(R^n_+)$ *в* $H_{s,\alpha}(R^n_+)$.

Условие 1. Существует число $\mu \in (0, 1]$ такое, что $|\alpha'(t)\alpha^{-\mu}(t)| \le c < \infty$ при всех $t \in [0, +\infty)$. Кроме того, $\alpha(t) \in C^{s_1}[0, +\infty)$ для некоторого $s_1 \ge 2N - |\sigma|$, где

$$N \geq \max_{0 \leq p_1 \leq l} \left\{ 2p_1 + \frac{l - p_1 + \frac{3}{2}}{\mu} + 1, \ \sigma + 1, \ \sigma + \frac{l}{2} \right\}, \ l = 1, 2 ...,$$

σ – некоторое действительное число.

Можно показать, что указанное выше число μ существует, если $\alpha(+0) = \alpha'(+0) = 0$.

Теорема 3. *Пусть символ $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ весового псевдодифференциального оператора $P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ принадлежит классу $S_{\alpha,\lambda}^{\sigma,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$, $\sigma \in R^1$, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, \ |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\right\}$. Пусть $v(x,t) \in \in H_{s+\sigma,\alpha}(R_+^n)$, $\partial_t^l v(x,t) \in H_{s+\sigma,\alpha}(R_+^n)$, $l = 1, 2, ...$ Пусть выполнено условие* 1 (*с заменой σ на $s+\sigma$*). *Тогда для оператора*

$$M_{l,\sigma} = \partial_t^l P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t}) - P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t}) \partial_t^l \quad (1)$$

справедлива оценка

$$\left\| M_{l,\sigma} v \right\|_{s,\alpha,\lambda} \leq c \left(\sum_{j=0}^{l} \left\| \partial_t^j v \right\|_{s+\sigma-\rho,\alpha,\lambda} + \sum_{j=0}^{l-1} \left\| \partial_t^j v \right\|_{s+\sigma,\alpha,\lambda} \right)$$

с константой $c > 0$, не зависящей от v.

Теорема 4. *Пусть $q > 1$, $s \geq 0$ – действительные числа, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, \ |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\right\}$, $v(x,t) \in H_{s+(l+1)q,\alpha,q}(R_+^n)$. Пусть символ $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ весового псевдодифференциального оператора $P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ принадлежит классу $S_{\alpha,\lambda}^{q,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$. Пусть выполнено условие* 1 *при $\sigma = s + q$. Тогда для оператора $M_{l,q}$, определённого в* (1) *при $\sigma = q$, справедлива оценка*

$\left\| M_{l,q} v \right\|_{s,\alpha,q,\lambda} \leq c \|v\|_{s+(l+1)q-1,\alpha,q,\lambda}$ *с постоянной $c > 0$, не зависящей от v.*

Теорема 5. *Пусть $q > 1$, σ – действительные числа, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, \ |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\right\}$, $v(x,t) \in H_{q+\sigma,\alpha,q}(R_+^n)$. Пусть символ $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ весового псевдодифференциального оператора принадлежит классу $S_{\alpha,\lambda}^{\sigma,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$. Тогда при выполнении условия* 1 *справедливо равенство*

$$\lim_{t \to +0} K^{(\sigma)}(t, D_x, D_{\alpha,t}) v(x,t) = \lim_{t \to +0} K^{(\sigma)}(0, D_x, 0) v(x,t) = = \lim_{t \to +0} F_{\xi \to x}^{-1} [\lambda(0, \xi, 0) F_{x \to \xi}[v(x,t)]].$$

Теорема 6. *Пусть выполнено условие* 1 *и символ $p(\lambda, t, \xi, \eta)$ весового псевдодифференциального оператора $P^{(\sigma)}(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ принадлежит классу $S_{\alpha,\lambda}^{\sigma,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$, $\sigma \in R^1$, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \{\lambda \in C, \ |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, |\lambda| > 0\}$. Пусть функция $v(x,t)$ такова, что функция $D_{\alpha,t}^N v(x,t)$ при всех $x \in R^{n-1}$ принадлежит, как функция переменной t, пространству $L_2(R_+^1)$ при некотором $N \in [\max\{\sigma+1, 1\}; s_1]$, где s_1 определено в условии* 1. *Пусть $\lim_{t \to +\infty} D_{\alpha,t}^j v(x,t) = 0$ при всех $x \in R^{n-1}$, $j = 0, 1, 2, ..., N-1$. Тогда при всех $x \in R^{n-1}$ справедливо равенство $\lim_{t \to +\infty} K^{(\sigma)}(t, D_x, D_{\alpha,t}) v(x,t) = 0$.*

Определение 4. Пусть $\Omega \subset \bar{R}_+^1$ – открытое множество. Будем говорить, что функция $a(\lambda, t, y, \xi, \eta)$ принадлежит классу $S^{m,\rho,\alpha,\lambda}(\Omega)$, $m \in R^1$, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, \ |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\right\}$, если $a(\lambda, t, y, \xi, \eta)$ является бесконечно дифференцируемой по переменным $t \in \Omega$, $y \in \Omega$, $\eta \in R^1$ и на компактных подмножествах множества $\Omega \times \Omega$ имеет место при всех $j, k, l = 0, 1, 2, ...$ оценка $|(\alpha(t)\partial_t)^j \times (\alpha(y)\partial_y)^k \partial_\eta^l a(\lambda, t, y, \xi, \eta)| \leq c_{jkl}(|\lambda| + |\xi| + |\eta|)^{m-\rho l}$ с константами $c_{jkl} > 0$, не зависящими от t, y, η и $\xi \in R^{n-1}$.

Рассмотрим оператор вида

$$Au(x,t) = F_{\alpha_{\eta \to t}}^{-1} F_{\alpha_{y \to \eta}} F_{\xi \to x}^{-1} [a(\lambda, t, y, \xi, \eta) \times \times F_{x \to \xi}[u(x,y)]], \quad (2)$$

где $F_{\alpha_{y \to \eta}} (F_{\alpha_{y \to \eta}}^{-1})$ – прямое (обратное) весовое преобразование, переводящее y в η (η в t).

Теорема 7. *Если A – оператор вида* (2), *причём $a(\lambda, t, y, \xi, \eta) \in S^{m,\rho,\alpha,\lambda}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$, $m \in R^1$, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, |\arg \lambda| < \frac{\pi}{2}, \ |\lambda| > 0\right\}$, то найдётся такой символ $p(\lambda, t, \xi, \eta) \in S_{\alpha,\lambda}^m(\Omega)$, что $A = P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$, где $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ – весовой псевдодифференциальный оператор с символом $p(\lambda, t, \xi, \eta)$. Причём*

$$p(\lambda, t, \xi, \eta) = \sqrt{\alpha(t)} \exp\left(i\eta \int_t^d \frac{d\rho}{\alpha(\rho)} \right) \times \times A\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha(y)}} \exp\left(-i\eta \int_t^d \frac{d\rho}{\alpha(\rho)} \right) \right).$$

При этом справедливо соотношение

$$p(\lambda, t, \xi, \eta) - \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(i)^j}{j!} (\alpha(y)\partial_y)^j \partial_\eta^j \times \times a(\lambda, t, y, \xi, \eta)\big|_{y=t} \in S_{\alpha,\lambda}^{m-N}(\Omega)$$

при любых $N = 1, 2, ...$

Теорема 7 даёт возможность построить сопряжённый оператор к весовому псевдодифференциальному оператору.

Определение 5. Сопряжённым оператором к весовому псевдодифференциальному оператору $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ назовём оператор $P^*(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$, удовлетворяющий равенству

$$(P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})u(x,t), v(x,t))_{L_2(R_+^n)} = \\ = (u(x,t), P^*(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})v(x,t))_{L_2(R_+^n)}$$

для всех $v(x,t) \in L_2(R_+^n)$, $u(x,t) \in L_2(R_+^n)$ таких, что $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})u(x,t) \in L_2(R_+^n)$. Здесь $(\cdot,\cdot)_{L_2(R_+^n)}$ – скалярное произведение в $L_2(R_+^n)$.

Теорема 8. *Если* $p(\lambda,t,\xi,\eta) \in S_{\alpha,\lambda}^{m,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$, $m \in R^1$, $\rho \in (0;1]$, $\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C, |\arg\lambda| < \frac{\pi}{2}, |\lambda| > 0\right\}$, *то оператор* $P^*(t, D_x, D_{\alpha,t})$, *сопряжённый к весовому псевдодифференциальному оператору* $P(t, D_x, D_{\alpha,t})$ *с символом* $p(t,\xi,\eta)$, *является весовым псевдодифференциальным оператором с символом* $p^*(t,\xi,\eta) \in S_{\alpha,\lambda}^{m,\rho}(\Omega)$. *Причём справедливо соотношение*

$$p^*(\lambda,t,\xi,\eta) - \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(i)^j}{j!}(\alpha(y)\partial_y)^j \partial_\eta^j \bar{p}(\lambda,t,\xi,\eta) \in \\ \in S_{\alpha,\lambda}^{m-N,\rho}(\Omega)$$

для любых $N = 1, 2, \ldots$

С использованием теорем 7 и 8 доказано неравенство, являющееся аналогом неравенства Гординга для весовых псевдодифференциальных операторов.

Теорема 9. *Пусть* $P(\lambda, t, D_x, D_{\alpha,t})$ *– весовой псевдодифференциальный оператор с символом* $p(\lambda,t,\xi,\eta) \in S_{\alpha,\lambda}^{m,\rho}(\Omega)$, $\Omega \subset \bar{R}_+^1$, $m \in R^1$, $\rho \in (0;1]$,

$$\lambda \in Q = \left\{\lambda \in C,\ |\arg\lambda| < \frac{\pi}{2}, |\lambda| > 0\right\}.$$

Пусть $\operatorname{Re} p(\lambda,t,\xi,\eta) \ge c(1+|\lambda|+|\xi|+|\eta|)^m$ *для всех* $\xi \in R^{n-1}$, $\eta \in \mathrm{R}^1$, $t \in K \subset \Omega$, *где* K *– произвольное компактное множество. Тогда для любого* $s \in R^1$ *и любой функции* $u(x,t) \in C_0^\infty(R^{n-1} \times K)$ *справедливо неравенство*

$$\operatorname{Re}(P(t, D_x, D_{\alpha,t})u(x,t), u(x,t))_{L_2(R_+^n)} \ge \\ \ge c_0 \|u\|_{\frac{m}{2},\alpha,\lambda}^2 - c_1 \|u\|_{s,\alpha,\lambda}^2$$

с некоторыми константами $c_0 > 0$ *и* $c_1 > 0$.

При $\rho = 1$ аналогичные классы весовых псевдодифференциальных операторов были исследованы в [7].

Источники финансирования. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0037) и Российского научного фонда (грант 19–11–00197).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Келдыш М.В.* // ДАН. 1951. Т. 77. № 2. С. 181–183.
2. *Вишик М.И.*, *Грушин В.В.* // Матем. сб. 1969. Вып. 79 (121). С. 3–36.
3. *Баев А.Д.* // ДАН. 1982. Т. 265. № 5. С. 1044–1046.
4. *Баев А.Д.* // ДАН. 2008. Т. 422. № 6. С. 727–728.
5. *Левендорский С.З.* // Матем. сб. 1980. № 111 (153). С. 483–501.
6. *Баев А.Д.* // ДАН. 2015. Т. 460. № 2. С. 133–135.
7. *Баев А.Д.* // ДАН. 2014. Т. 454. № 1. С. 7–10.

ON SOME DEGENERATE PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS

A. D. Baev, A. A. Babaytsev, V. D. Kharchenko

Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS B.S. Kashin January 29, 2019

Received March 12, 2019

In this paper, a new class of degenerate pseudo-differential operators is investigated, with a variable symbol depending on the complex parameter. Pseudodifferential operators are constructed by a special integral transform. Theorems on the composition and boundedness of these operators in special weighted spaces are proved. The behavior of these operators on hyperplanes of degeneration is investigated. The theorems on the commutation of these operators with differentiation operators are established. A adjoint operator is constructed and an analogue of Goring inequality for degenerate pseudodifferential operators is proved.

Keywords: degenerate pseudodifferential operator, composition, commutator, adjoint operator, weighted spaces, Gording inequality.